
BIBLIOTECA NAZIONALE VITT. EMANUELE
12
3 B
21

Domus
B. Ste Magdalenæ
de [illegible]

De Avrimont

M - 265.3. 26

ARITMETICA PRATTICA

Composta dal molto R. P.

CHRISTOFORO CLAVIO BAMBERGENSE

Della Compagnia di Giesù,

Et tradotta dal Latino in Italiano dal Sig.

LORENZO CASTELLANO

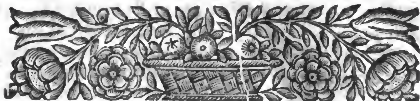
Patritio Romano.

Reuista dal medesimo P. CLAVIO con alcune aggiunte.

IN VENETIA, MDCLXXVIII.

Presso Steffano Curti.

CON LICENZA DE' SVPERIORI.



AL LETTORE.



Ncorche la cognitione di tutte le cose Matematiche mi diletti sommamente, nondimeno prendo gusto particolare, & piacere incredibile dell'Arimetica: & ciò auuiene, non solo per vna certa sua eccellenza, & dignità; ma ancora, perche senza l'Aritmetica, come io mi persuado, nissuna scienza, come ardisce di dir Platone, nè la stessa compagnia, & adunanza de gl' huomini si può conseruare: imperoche occorre ogni giorno nelle facende, & ne' traffichi, con i quali quasi si mãtiene l'amicitia, & congiuntione de gl' huomini, che bisogna dare, & domandar conto del riceuuto, & dello speso; far bilanci, diuidere vn numero vgualmente, ò disugualmente in più parti, seruando però vna certa proportione, far diuerse ragioni, nelle quali cose non è manco dannoso, che vituperoso, l'ingannare altri, che restar ingannato: onde benche troppo audacemente, fù però ben detto da Platone, che chi leuasse dal mondo l' Aritmetica, leuarebbe insieme ancora, & ogni prudenza, & ogni humanità, non si potendo conuersare senza quella nè le cose publiche, nè le priuate; anzi tutte l'altre scienze sono talmente fondate nell'Aritmetica, che non pare, che questa possa cadere, senza che quelle della sua rouina non restino grauemente dannificate, &

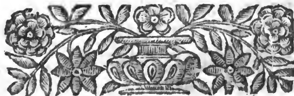
A 2 *guaste.*



guaste. Perche nè l'Astrologo, nè il Geometra farà al Mondo probabili le sue speculationi, che habbino non solo la verità, ma ancora il diletto congiunto con l'utile, se non hauerà bene impressa nell'animo la natura di tutti i numeri. Imperoche per ogni picciolo errore, che faccia nel computare, vedrà grandissima rouina dell'altre cose. Et per questo il Prencipe de gl'ingegni Platone voleua, che questa fusse, come prima porta di tutte l'altre dottrine, non solo perche quelle senza i numeri sono niente; ma ancora perche nel trattar de' numeri s'abbellisce l'animo, & si prepara à riceuere i semi di tutte l'altre scienze. Inuaghitomi dunque della bellezza di questa scienza, già tutto mi diedi ad inuestigare la natura di tutti i numeri per potere, come l'hauesse bene intesa, & capita con l'intelletto, illustrarla poi con le lettere, & ridurre li precetti dell'Aritmetica, & le regole dell'Algebra, (cosa non da tutti ben'intesa) de' quali à pena trouerai cosa più bella, ò più nobile al Mondo, à certi capi, & più facili demostrationi, à finche ogn'vno l'intendesse, & se gli facesse familiari. Cosa veramente bella: ma di molta fatica, & di molto tempo. Hora mentre vò riuedendo, & cerco di limare, & ripolire quest'Opera, cominciai à mettere insieme per mio vso in vn libretto separatamente tutte quelle cose, che in varij Libri haueuo trouate sparse per hauerle alla mano, & per dichiararle a' miei Auditori. Perche gl'Auttori che fin quì hanno trattato dell'Aritmetica, ò con la moltitudine de' precetti hanno messo ogni cosa in confusione, ò con la breuità l'hanno di sorte fatta oscura, (in che non intendo però di far pregiuditio ad alcuno) ch'in questa scienza i principianti à pena trouano chi poter seguir per loro maestro, ò loro guida. Di questo libretto, essendo non sò come vscito dalle mie,

&

& venuto in mani d'altri, fui pregato strettamente da persone d'autorità di far parte à molti, mostrandomi, che sarebbe vtile assai, & caro à tutti li studenti; & particolarmente à quelli, che frequentano le nostre Scole: all'vtilità de' quali il non voler prouedere, non è cosa da huomo, che habbia dedicato se stesso, & ciò che hà, alla gloria di Dio, & al beneficio, & commodo del prossimo. Onde persuaso, & mosso dalle preghiere, & dall' autorità di questi, hò deliberato mandar fuora il presente libretto, qual desidero (Lettore) che ti piaccia riceuere con quell'animo, co'l quale io lo dò, & che d'esso ti serui, fin che venga in luce quell'altra maggior Opera, che piacendo à Dio spero sia per eßer in breue. Stà sano.

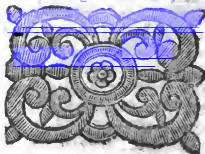


TAVOLA

Dei Capi di questa Aritmetica.



Cap.



DEL

DEL MODO DI NVMERARE Li Numeri intieri.

CAPITOLO PRIMO.



IL numerare è vn disporre, & ordinare qualunque numero proposto co i proprij caratteri, & figure; Et anco è vn'esprimere la valuta di qual si voglia numero co i proprij caratteri disposto, & ordinato. *Che cosa sia numerare.*

Et per rappresentare tutti i numeri, vsano gli Aritmetici dieci caratteri, ò vero figure, cioè: *Dieci figure di numeri.*

1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 0.

Delle quali figure le prime noue si domandano significatiue, perche ogn'vna di loro significa tante vnità, quante contiene il luogo, che ella nel proposto ordine tiene. Come per essempio, questa figura 6. significa sei vnità, perche è posta nel sesto luogo, & così di tutte l'altre. Ma la decima, per vltima, & per se stessa niente significa, & si domanda cifra, ò zero: accresce però il significato, & il valore dell'altre figure, come da quel che seguirà, sarà manifesto.

In qual si voglia nnmero, che si scriue con più figure, tanti sono li luoghi, quãte sono le figure, ò siano significatiue, ò nò: & il primo luogo, ò vero figura, è quella, ch'è l'vltima verso la parte destra *Quanti luoghi siano in qual si voglia numero.*

& il

Prima, & vlt. figura in qual si voglia numero qual se sia.

& il secondo luogo, ò vero secondo la figura è quella, che gl'è più vicina, seguendo verso la banda sinistra: talche quel luogo, ò vero figura si dirà esser l'vltima, che sarà prima nella banda sinistra. Come quì 4352. la prima figura è & l'vltima è 4. Ma se ciascuna di queste figure separatamente rappresenterà vn numero, & in questo modo. 4.3.5.2. la prima figura sarà 4. & l'vltima 2. La causa perche l'ordine de i luoghi, & delle figure in qual si voglia numero si cominci dalla banda destra, caminando verso la sinistra, è perche dicono li Aritmetici esser stata ritrouata da' Fenici, quali vsano di scriuere dalla banda destra verso la sinistra, secondo il costume de gl'Hebrei, Arabi, & Caldei.

L'ordine de' luoghi in qual si voglia numero perche si cominci dalla bãda destra caminãdo verso la sinistra.

Che significhi ciascuna figura in qual si voglia luogo posta.

Ciascuna figura posta nel primo luogo, rappresenta semplicemente se stessa; nel secondo luogo significa se stessa dieci volte; nel terzo cẽto volte; nel quarto mille volte; nel quinto diecimila volte; nel sesto cento mila volte, & così seguendo in infinito; Di maniera, che i luoghi nell' ordine loro si superano l'vn l'altro in proportione decupla, cioè, il primo è superato dal secondo dieci volte, & così il secondo dal terzo, il terzo dal quarto &c. Come quì 34567. la prima figura, cioè 7. significa solamente sette vnità; la seconda, ch'è 6. sessanta vnità, cioè, dieci volte sei; la terza, che è 5. cinquecento vnità, cioè, cento volte cinque; la quarta, che è 4. quattromila vnità, cioè, mille volte quattro; la quinta, che è 3. trentamila vnità, cioè, diecimila volte tre. Si che tutto quel numero s'hauerà da proferire in questo modo: trentaquattromila, cinquecento, sessanta, sette. Nel medesimo modo si potrà proferire qual si voglia altro numero, se diligentemente si considerarà, quante volte ciascuna figura posta in diuersi

Le figure in qual si voglia numero nell' ordine loro si auãzano in proportione decupla.

diuersi luoghi significhi se stessa.

Ma per facilitare la numeratione, sarà bene diuidere il numero in membri, in questo modo. Si ponga vn ponto sopra la prima figura da man destra, & doppo andando verso la sinistra, & lasciate due figure, pongasi vn'altro ponto sopra la figura, che segue, posta nel quarto luogo. Et così per ordine lasciando sempre due figure senza ponti, scriuasi vn ponto sopra quella che segue, come quì sotto vedrai. *Che si habbia da osseruare per facilitare il numerare.*

4 2 3 2 9 0 8 9 5 6 2 8 0 0

Perche ciascuna figura sotto qual si voglia ponto con le due altre innanzi a lei verso la parta sinistra, constituisce vn membro; Talche ogni membro sia di tre figure, eccetto l'vltimo membro verso la parte sinistra, che alcuna volta può hauere vna figura sola, cioè, posta sotto'l ponto come auuerebbe nel proposto essempio di cinque membri compartito, se li togliese via l'vltima figura, che è 4. Et alcuna volta il medesimo membro, nè può hauer due sole figure, come nel proposto essempio. Questi ponti si potranno anco porre di sotto'l numero haueranno il medesimo effetto.

Fatto questo, per esprimere ciaschedun numero, basta esprimere separatamente ogni membro da per se, del quale la prima figura significa vnità, la seconda decine d'vnità, & la terza centinaia; Ma doppo la prononciatione di qual si voglia membro, si debbe aggiongere questa voce (Mille) tante volte, quanti membri seguitano quello che si prononția. Di modo però, che la prima volta si dica migliaio, ò miglia, & dipoi sempre

si dica

si dica migliaia, come hor hora sentirai.

Quel membro, che è l'vltimo verso la parte sinistra, è il primo ad esser proferito: & quello che è prima dalla parte destra, è l'vltimo; Così adunque si hà da proferire il num. poco fà proposto.

Il primo membro, che è quarantadue, si pronuntiarà così: quarantadue migliaia di migliaia di migliaia di migliaia: talche questa voce (migliaia) si senta quattro volte per amor delli quattro membri, che seguono quel che è proferito.

Il secondo membro, cioè 329. così, trecento vintinoue migliaia di migliaia di migliaia.

Il terzo membro, che è 089. così ottantanoue migliaia di migliaia.

Il quarto membro, che è 562. così, cinquecento sessantadue migliaia.

Il quinto membro finalmente, cioè 800. così, ottocento.

Ci si renderà ancora più facile la numeratione se in luogo del ponto si porrà o. & 1. in luogo del secondo, & 2. luogo del terzo, & 3. in luogo del quarto, & così in infinito: si come si vede nell'istesso essempio quì sotto.

4 3 2 1 0
42329089562800

Imperò che in questa maniera facilmente s'intende quante volte la voce [Mille] s'habbia à porre nel proferire di ciascun membro: Douendosi porre tante volte, quante vnità si contengono nella figura posta sopra il membro, che si deue proferire.

Hora se secõdo il costume d'Italia vorremo vn migliaio di migliaia chiamare millione, con manco parole, & forse più significantemente, espri-

esprimeremo qual si voglia num. proposto, diuiuidẽdolo in maggiori membri, in questo modo. Sopra la prima figura da man destra, si ponga o. & dipoi lasciate cinque figure di mezzo, sopra la seguente figura, che tiene il settimo luogo, si pōga 1. & dopò questa, lasciate di nuouo cinque figure, si ponga 2. sopra la figura, che occupa il terzo decimo luogo, & così successiuamente lasciate sempre cinque figure, si ponga 3.4.5.&c. Si come qui nell'essempio medesimo si vede fatto.

2 1 0
42329089562800

Ciaschedun membro contiene sei figure, (eccetto l'vltimo, che ne può hauer vna, due, tre, quattro, ò cinque solamente) le quali tutte insieme si hanno da proferire, & doppo la prolatione di qual si voglia mẽbro, si deue aggiongere tante volte la voce millione, quante sono l'vnità, che si contengono nella figura posta sopra il membro. La prima volta però si dica millione, ò millioni, & dipoi sempre si dica di millioni: Et acciò ciascun membro più facilmente si proferisca, mettasi vn ponto sotto la quarta figura di quello, il quale significarà in quel luogo esser le migliaia.

Adunque l'essempio proposto di sopra in questo modo s'hauerà da proferire: Quarantadue millioni, di millioni, trecento vintinoue migliaia di millioni, ottantanoue millioni, cinquecento sessantadue migliaia, & ottocento.

DEL MODO DI AGGIONGERE, ò sommare li numeri intieri insieme. Cap. II.

L'Aggiongere, ò sommare è raccorre due, ouero più numeri in vna somma. *L'aggiongere, ò*

Li

Sommare, che cosa sia. Li numeri che si sommano, in che modo si hanno da collocare.

Li numeri che s'hanno da sommare insieme, si hanno da porre di tal maniera, che l'vno posto sotto l'altro le prime figure rispondino trà di loro, & così le seconde, le terze, le quarte, &c. di modo, che il mancamento d'esse, se pur vi sarà in qualche numero, si veda dalla banda sinistra, come dire: questi numeri da sommarsi, s'hanno da porre, come qui apparisce.

710654
8907
56789 8 X 8
880
―――
777030

Et tirata dipoi vna linea sotto li numeri, che si deuono sommare, si raccorranno prima tutte le prime figure trà di loro, & il numero prodotto, se si potrà scriuere con vna sola figura, si porrà di sotto della linea, & sotto le prime figure: ma se si dourà scriuere il prodotto con due figure, si porrà la prima di quelle, & l'altra si serbarà per aggiongerla alle seconde figure, che si doueranno sommare trà loro. Doppo questo nel medesimo modo si raccolgono le seconde figure, aggiõtoui prima quella, che era riseruata, (se però alcuna è riseruata,) & così delle terze, quarte, & l'altre. Ma se dalla raccolta dell'vltime figure si comporrà vn numero, che s'habbia da scriuere cõ due figure, si doueranno all'hora mettere tutte due sotto la linea, sẽza riseruatione alcuna per essere finita tutta la raccolta da farsi. Come per essempio. Nelle prime figure delli proposti num. o.& 9. fanno noue, aggiongo 7.& fò 16. aggiongo quattro, & fò 20. Pongo dunque sotto le prime figure

gure il o. & riserbo 2. Dapoi nelle seconde figure del 2. che hauemo serbato, & 8. si fanno 10. aggiongo 8. & si fanno 18. & aggiongo o. & pur si fanno 18. aggiongo 5. & si fanno 23. Pongo dunq; 3. sotto le seconde figure, & riserbo 2. Doppo questo vò alle terze figure, doue del due che m'ero riserbato, & 8. fò 10. & aggiongo 7. & fò 17. aggiongo 9. & fò 26. aggiongo 6. & fò 32. Pongo dunque 2. sotto le terze figure, & riserbo 3. Di nuouo nelle quarte figure del 3. che io haueuo riserbato, & 6. si fà 9. & aggiongo 8. & si fa 17. aggiongo o. & si fa pur 17. Pongo dunque 7. sotto le quarte figure, & riserbo 1. che aggiõgo alle quinte figure, & fò 7. & pongo 7. sotto le quinte figure, & non riserbo niente. Vltimamente perche nell'vltimo luogo si ritroua sola questa figura 7. la pongo sotto la linea, & viene ad esser finita la somma. Et si come noi habbiamo raccolto le figure de i numeri, che s'hanno à sõmare insieme, da giù in sù ascendendo; così ancora si potranno raccorre i n vna somma cominciando dalla parte superiore descendendo à basso.

Et quando perauentura dalla raccolta delle figure d'vn luogo crescesse vn numero, che si douerà scriuere con tre figure, la prima figura si metterà sotto quel luogo, & l'altre due si doueranno aggiongere alle due figure de'seguẽti luoghi, cioè, la prima di quelle alle figure del più propinquo luogo, & la seconda alle figure dell'altro luogo: ò vero si deue aggiongiere alle figure del seguente luogo il num. espresso da quelle due figure riserbate, come in questo essẽpio si vedrà. Doue, perche dalle prime figure si fa questo numero 102. si scriuerà la prima figura 2. sotto il primo luogo, & la seconda o. s'aggiongarà alle figure del secondo luogo, & la figura terza 1. alle figu-

Che cosa si habbi à fare, quãdo dalle figure d'vn luogo si raccoglie vn numero.

figure del terzo luogo; ouero tutto il num. riserbato 10. si aggiongerà alle figure del secondo luogo, acciò si possa raccorre il num. 15. del quale la figura 5. si porrà sotto il secondo luogo, & la figura 1. s'aggiongerà alle figure del terzo luogo. Imperoche nell'vno, & l'altro modo, sempre si raccorrà il medesimo num. Questo essępio tu vedi esser prouato per la proua del 9. dellaquale hora parlaremo.

6008	
5009	
4009	
308	
239	
108	I X I
108	
309	
4128	
3009	
209	
308	
23752	

Che si deue fare quando molti numeri sono da raccorsi.

Ma farai molto bene, se quando saranno molti numeri da raccorre, gli distribuirai in più ordini, & raccorrai la sōma di ciascū ordine da per se. Perche se finalmente raccorrai insieme tutte queste somme, haurai la sōma raccolta da tutti li nu. dati, & fuggirai la molestia, che occorre necessariamēte in tāte figure da raccorre in vna sōma.

6008	308	108	3009
5009	230	309	209
4009	108	4128	308
15026	646	4545	3526

Come se diuiderai il prossimo essēpio in quattro ordini, e le sōme di ciascuno 15026. 655. 4545 3526. ridurrai in vna, farai la sōma 23852. la medesima che prima haueui raccolta, come quì vedi. Et è chiaro non potersi questo secondo modo così facilmēte errare, come nel primo, perche in questo non si raccolgano tante figure insieme, quante in quello.

15026
655
4545
3626
23852

So-

Sogliono gli Aritmetici, doppo che hanno finito di fare la raccolta delle figure, farne la proua, si come fanno anco di tutte le altre operationi, per conoscere se è fatta bene, ò nò. Il che in quattro modi si può fare nella operatione del sommare. Prima col gettar via tutti li 9. in questo modo. Si leuino via li 9. di tutti li numeri, che si sono sommati insieme, quante volte si può, & quel che resta, si ponga à parte: Dipoi dalla somma raccolta si leui via anco il noue, quante volte si può, & quel che resta si noti. Perche se questo auanzo è vguale all'altro auanzo, che prima era restato, benissimo sara fatta la somma: ma essendo disuguale, non sarà bén fatta; onde bisognerà rifarla di nuouo, acciò l'error si corregga. Così tù vedi nell'essempio primo di sopra essere auanzato il numero 8. doppo di hauer leuati tutti li 9. tanto di tutti li numeri, che s'hanno sommati insieme, quanto dalla somma raccolta; il qual numero 8. collocato in vna certa Croce fatta a questo effetto. *Prima proua del raccorre per la regola del 9.*

Ma accioche facilmente si leuino via li 9. basta che le figure de i numeri come se tutte occupassero il primo luogo, si raccolghino trà loro, & subito, che la somma arriua al 9. ò che passa il 9. di maniera, che si scriue con due figure si leuino 9. Il che facilissimamente si farà, se quelle due figure si raccolghino insieme. Imperoche la somma sarà quello che auanza, doppo d'hauer buttato via il 9. Dipoi questo auanzo, ò somma delle due figure, si raccolga con la seguente figura nel medesimo modo, &c. Perche il numero 9. hà questa mirabile proprietà, che se si raccolghino le figure di qualsivoglia numero insieme, & dalla somma si caui il 9. ouero quando questa somma si scriue con due figure, quelle due figure si rac- *In che modo da qual si voglia numero si leuano facilmẽte li 9. quante volte si può.* *Mirabile proprietà del 9.*

si raccolghino in vna somma, tanto resti, ouero si componga, quanto restaria, se si gittasse via il 9. di tutto il numero tante volte, quante si può. Come dire, se da questo numero 38. si leuarà 9. quante volte si potrà, che sarà quattro volte resterà 2. essendo che quattro volte 9. faccinno 36. & si dirai 3. & 8. (pigliando le figure separatamente del medesimo numero 38.) fanno 11. & ne leui noue, ouero dirai, vno, & vno, fanno due (pigliando ancora separatamente le figure di questo numero vndeci poco fa composto) hauerai il medesimo numero due, che prima rimase. Così ancora se da questo numero 41. si leuaranno li noue quante volte si potrà, che sarà quattro volte restarà 5. & se dirai, di 4. & vno (pigliando separatamēte le figure del numer. quarant'vno,) si fa anco 5. Finalmente se dal numero 78. leuarai noue quante volte si potrà, cioè otto volte, restarà 6. & se dirai 7. & 8. fanno 15. & ne leui 9. dal 15. ouero dirai 1. & 5. fanno 6. hauerai tanto, quanto prima rimase. Et la medesima ragione vale in tutti gli altri numeri.

Dunque accioche tù veda, come si deue fare la proua del sommare, ne faremo esperienza nel primo essempio in questo modo.

```
710654
  8907
 56789
   880      8 X 8
------
777030
```

7. & 1. fanno otto, aggiongendo 6. si fanno quattordici, cioè (leuato il 9.) 5. perche 1. & 4. fanno 5. che restarebbono se di 14. si cauasse il 9. come

s' è

s'è detto. Aggiongendo 5. à quel 5. si fanno 10. cioè 1. aggiongo 4. & fò 5. aggiongo 8. & fò 13. cioè 4. aggiongo 7. (lasciando il noue, il quale sempre si lascia, & non s'aggionge, douendosi tornare dipoi à leuare) & fò 11. cioè 2. aggiongo 5. & fò 7. aggiongo 6. & fò 13. cioè 4. aggiongo 7. & fò 11. cioè 2. aggiongo 8. & fò 10. cioè agginogo 8. (lasciando il 9. di mezzo, come s'è detto) & fò 9. cioè o. perche li 9. s'hanno da buttar via. Et restano 8. li quali pongo in vna parte della croce. Similmente nella somma prodotta di 7. & 7. si fà 14. cioè 5. aggiongo 7. & fò 12. cioè 3. aggiongo 2. & fò 5. Et vltimamente aggiongo 3. & fò 8. come prima, che pongo nell'opposta parte della croce: acciò apparisca l'vgualità de' numeri, che sono restati, doppo hauer leuato via li. 9.

Ma perche con questa regola non si leuano li 9. quante volte realmente si può; ma solamente per la detta proprietà del numero noue si troua il numero, che restaria, se tutti li 9. si leuassero via: Di qui è, che questa proua del noue è fallace, come apparisce nell' essempio quì posto, perche la somma raccolta è falsa, & niẽtedimeno la proua fatta per il 9. mostra che è ben fatta,

La proua del 9. è fallace, & perche è fallace.

25	7
30	3
641	

1 X 1

conciosia, che nell'vna, & nell'altra parte auanzi l'vnità. Che se si leuaranno li 9. quante volte si potrà, subito apparirà la falsità della detta somma; perche più volte si leua il noue dalla somma, che dalli numeri sommati. Però che in questa somma, che 64. ci si contiene il 9. sette volte, & ne auanza 1. imperoche 7. volte 9. fa 63. Ma nel numero 25. si contiene il 6. tre volte, &

auanza 7. che pongo dalla parte destra:& nel 30. ci si contiene il 9. tre volte, & auanzano 3. che pur noto dalla parte destra, talche dalli numeri sommati si caua il 9. cinque volte, & auanzano 7. & 3. nelle qualli figure ci si contiene il 9. ancora vna volta, & auanza 1. Talche veramente dalli numeri aggionti si sarà leuato solamente sei volte il 9. & dalla somma raccolta sette volte. Onde non è marauiglia, che la somma sia falsa, ancorche sempre vi sia auanzata l'vnità. Ma la somma vera sarebbe 55. nella quale si contiene il 9. sei volte, & auanza 1. si come nelli numeri sommati.

Nel medesimo modo s'alcuno doppo la somma giustamente raccolta trasponesse alcune figure, ouero interponesse alle figure della somma, ouero delli numeri sommati insieme, questa figura 9. ouero 0. quante volte vorrà, ouero queste due 7. 2. ouero 6. 3. ouero 4. 5. ouero 8. 1. sempre la proua mostrarebbe la somma esser ben fatta, il che pur non è vero. Perche da poi che questa operatione del sommare sarà fatta bene con la sua proua, & alcuno per malitia permutasse la somma così 1565. restarebbe ancora la proua nella sua forza, & nientedimeno la sōma non sarebbe vera.

```
1425
 230
----  8  X  8
1655
```

Il medesimo sarebbe s'alcuno mutasse l'ordine delle figure ne i numeri, che si sōmano insieme, ouero interponesse questa figura 9. ouero 0. come qui apparisce.

```
14925
 2309
-----  8  X  8
17234
```

Essen-

Essendo vero questo domanderà meritamente alcuno, perche adunque gli Aritmetici vsano questa proua del 9. Alquale si risponde, che se bene per inganno, & malitia questa proua riesce falsa, si come chiaramente si vede ne gli essempij di sopra, nientedimeno non senza ragione gli sauij Aritmetici la vsano: perche niuno (che non voglia errare a posta) commetterà tal errore, che questa proua habbia luogo; ma solamente errarà dal giusto d'vna, ò di due vnità. Di sorte che all'hora facilmente questa proua mostrera esserui errore, & per questo douersi corregere la operatione del sommare. Perche chi sara così pazzo, che raccolga quella vltima somma dalli due primi numeri? Finalmente se artificiosamente non s'acconciano li numeri in modo, che buttati via li 9. sempre resti il medesimo difficilmẽte, ò molto di rado auuerrà, che questa proua riesca bene, eccetto quando non s'hauerà fatto errore nel raccorre de i numeri.

Perche s'vsi dall'Aritmetici la proua del 9. essendoche sia fallace.

In vn'altro modo si fa la proua col gettar via li 7. in questa maniera. Si leuino li 7. da tutti li numeri, che si sonno aggionti insieme, quante volte si può, & quel che auanza, si ponga da parte in vna banda della croce: Dipoi della somma raccolta ancora si leuino li 7. quante volte si può, & quel che auanza, si ponga nell'altra parte della croce. Perche se questo auanzo sarà eguale a quell'altro primo, la raccolta delli numeri sarà fatta bene; ma se sara ineguale, non bene. Ma li 7. si deuono leuare da ogni vno delli numeri, che si sommano insieme, separatamente, & li residui si deuono porre dalla parte destra di quelli, & da detti residui in vna somma reccolti, si deue ancora leuare li 7. & quest' vltimo auanzo si deue porre in vna parte della croce.

Seconda proua del racorre la regola del 7.

In che modo si habbino daleuare via li 7. da qual si voglia numero.

Ma non si hanno da leuar li 7. nel medesimo modo, che habbiamo detto del 9. non hauendo questo numero 7. la proprietà, che hà il 9. ma si deuono pigliare le due prime figure dalla parte sinistra, come se la prima d'esse significasse decine, & l'altra vnità, pur che la prima sia minore del 7. (perche se fosse 7. ò maggior di 7. bisognarrebbe leuar il 7. di quella sola) & da quel numero che significaranno dette due figure, si hà da leuar il 7. quante volte si può, & pigliare l'auanzo per le decine, & a quello aggiongere la figura seguente per vnità, & da questo numero espresso dal detto auanzo, & dalla figura seguente di nuouo si deue cauar il 7. quante volte si può, & così di mano in mano. Come per essempio, del numero 2379. così si cauaranno li 7. Dal 23. se si leuarà tre volte il 7. resterà 2. & se dal 27. (perche la figura 2. auanzata, & la figura 7. che segue, constituiscono questo numero 27.) si leuarà tre volte il 7. resterà 6. & finalmente se da 69. (ch'è il numero che si constituisce dalla figura 6. auanzata, & dalla figura 9. che segue) si leuerà il 7. quante volte si può, cioè, noue volte, restarà 6. che ancor restarebbe, se si fossero leuati tutti li 7. dal detto numero. Nel medesimo modo da questo numero 783. così si leuaranno li 7. se dal 8. (perche il 7. si lascia, com'è stato detto, & dal 8. si leua il 7.) si caua 7. resta 1. Di nuouo se dal 13. si caua 7. resta 6. & così di tutti gl'altri.

710654	0
8907	3
56789	5
880	5
772301	

6 X 6

Di

Di modo, che faremo la proua dell'essempio posto di sopra in questa maniera.

Lasciata la figura 7. se dal 10. si leuano li 7. resta 3. & se dal 36. si leuano li 7. resta 1. & leuati li 7. dal 15. resta 1. & finalmente leuati li 7. dal 14. rimane 0. la qual figura pongo dalla parte destra del primo numero, tirata prima vna linea, che distingua li numeri, che si sono sommati insieme, dalle figure, che si deuono porre dalla parte loro destra. Dipoi nel secondo numero leuato il 7. dal 8. resta 1. & leuati li 7. dal 19. riman 5. & leuati li 7. dal 50. resta 1. & vltimamente leuati li 7. dal 17. rimane 3. che pongo dalla parte destra. Di nuouo nel terzo numero leuati li 7. dal 56. rimane 0. Doppo lasciata la figura 7. & leuato il 7. dal 8. rimane 1. Et finalmente leuati li 7. dal 19. rimane 5. che scriuo dalla banda destra. Et finalmente nel quarto numero, leuato li 7. dal 8. rimane 1. & leuati l. 7. dal 18. rimane 4. & leuati li 7. dal 40. rimane 5. che pongo dalla parte destra. Et perche 5. 5. 3. & 0. fanno 13. dal qual numero se si leuarà il 7. rimane 6. pongo 6. in vna parte della croce. Ma da questi auanzi più facilmente si leuarà il 7. se dirà 5. & 5. fanno 10. leuato 7. rimane 3. aggiongo 3. fa 6. come di sopra è stato detto nella proua del leuare il 9. Finalmente nella somma, lasciati da parte li 7. 7. 7. se dal 23. si leuarà il 7. quante volte si può, rimane 2. & se del 20. si leuaranno li 7. rimane 6. che pongo dall'altra parte della croce.

La proua del 7. è fallace, ma non tanto quãto quella del 9. & perche.

Ma si come la proua per il 9. è fallace, si come si è detto; così anco questa per il 7. si troua vitiosa, perche non consideriamo, se tante volte habbiamo leuato il sette dalli numeri summati, quãte volte dalla somma raccolta: ma solamente, se si troua il medesimo auanzo nell'vna, & l'altra

parte. Nondimeno non senza ragione da gl'Aritmetici vien usata questa proua, come l'altra del 9. per la causa già detta. Perche se alcunò non traspone li numeri per malitia, a penna si trouarà, ò rade volte il medesimo residuo nell'vna, & l'altra parte, se la raccolta non sarà ben fatta. Et molto più di rado auerrà questo nella proua del sette, che in quella del noue; perche non così semplicemente,& alla grossa si leuano via li sette, come si fà de'noue: ma si vsa non sò che artificio di più. Talche non tanto facilmente può alcuno ingannare vn' altro, ò d'esser ingannato.

```
203|0
134|1
----1   X   1
344|
```

In questo essempio qui posto la sõma non stà bene,& pur la proua per il 7. mostra che sia ben fatta.

Certezza che l'operatione sia ben fatta sarà se tutte due le proue per 9. & per 7. riescano.

Essendo tutte due queste proue, che si fanno per il noue,& per il sette fallaci, se vuoi esser certo, & sicuro di non hauer fallato nel sommare, fà tutte due le proue. Perche gran caso sarebbe, che essendo la somma falsa, tutte due le proue riuscissero, come l'esperienza ti mostrerà. Et questo voglio, che s'intenda ancora nell'operationi seguẽti, cioè, nel sottrarre, moltiplicare, & partire.

Questa tauola qui posta insegna, da'quali numeri li sette leuati lascino nulla, ouero o. accioche si renda più facile la proua per il 7. a coloro, che ne i numeri sono poco essercitati. L'vso della quale è questo. Se'l numero scritto con due figure, dal quale si deue cauare il sette, si troua in questa tauola, niente resterà dopo leuati li sette, come li zeri, che sono

7	o
14	o
21	o
28	o
35	o
42	o
49	o
56	o
63	o

no

no all'incontro de i numeri di questa tauola, dimostrano; ma se non si troua il numero posto in questa tauola, s'hauerà da pigliare il numero minore a quello più vicino. Peroche la differenza tra questo, & quello proposto restarà, doppo che saranno leuati li sette. Come se il numero proposto sarà 69. si douerà pigliare il numero 63 nella tauola, che differisce da 69. in 6. vnità. Leuati adunque li 7. da 69. rimane 6. Così ancora se'l proposto numero sarà 37. si pigliarà nella tauola il numero 35. il quale è superato dal 37. in due vnità. Leuati dunque li 7. dal 37. rimane 2. & così di tutti gl'altri.

Terzo, sogliono gl'Aritmetici fare la proua della somma fatta così. Se la raccolta fatta de i numeri è stata cominciata dalle figure da basso, seguitãdo verso le superiori, essi la rifanno cominciando al cõtrario da quelle di sopra all'ingiù, & così all'incontro. Et se nel secondo modo si troua esser raccolta la medesima sõma, che nel primo, non è dubbio, che la somma stà ben fatta: perche pare, che sia quasi incredibile, che se nel primo modo fosse fatto qualche errore, il medesimo riuscisse anco nell'altro, essendo state raccolte in vn' altra maniera le figure de i numeri in quest' vltimo modo, che nel primo. Percioche se forse hauerò errato nell'aggiongere queste figure 5. 2. 9. dicendo 5. & 2. fanno 7. aggiongendoui 9. fanno 16. non così facilmente cascarò nel medesimo errore a raccorli al contrario, dicendo 9. & 2. fanno 11. aggiongo 5. & fò 16. perche viene in qualche modo a variarsi l'operatione.

Terza proua del raccorre per la regola del raccorre.

Si può questa proua, che si fa sommãdo li numeri in altro modo, ancora fare così. Diuidinsi li numeri, che s'hanno da raccorre in due, ò più ordini, & le somme di ciascheduno si raccolghino

ghino

ghino insieme. Perche se da questa somma farai vna somma, è necessario che questa somma sia eguale alla somma prima raccolta, se non si è fatto errore. Come se il primo essempio si partirà in questi due ordini, & le somme raccolte da quelli si ridurranno in vna somma, come qui è stato

710654	56789
8907	880
719561	57669

719561
57669

777230

fatto, s'hauerà la medesima somma, che prima.

Quarto, & vltimo, si suol fare la proua della somma raccolta per la sottratione in questo modo. Quando due numeri sono raccolti, sottraggasi qual vuoi d'essi dalla somma raccolta: ilche come si faccia, insegnaremo nel seguente capitolo. Perche se'l numero, che restarà di questa sottrattione, sarà eguale all'altro numero sommato sarà segno, che non si è errato nella raccolta. Perche se 12. & 20. fanno 32. è necessario, che leuato 12. dal 32. resti 20. ouero leuato 20. dal 32. resti 12. Ma quando più numeri sono aggionti, sottragasi vno di quelli dalla somma, & tutti gli altri si raccolghino in vna somma: percioche se questa somma sarà eguale à quell'auanzo, la somma sarà fatta bene: ouero sottrato il primo numero sommato dalla somma, si sottragga dal resto il secondo, & da questo auanzo il terzo, & così di mano in mano eccetto l'vltimo: peroche, se l'vltimo residuo sarà eguale all'vltimo de i numeri som-

Quarta proua del raccorre per la regola del sottrare.

sommati, non è dubbio, che la raccolta è ben fatta: Et questa proua è certissima, se bene è vn poco più lunga dell'altre.

DEL MODO DI SOTTRARRE vn numero intiero d'vn'altro intiero. Cap. III.

IL sottrarre vn numero d'vn'altro, è tor via d'vn numero maggiore, vn'altro numero minore, ouero d'vno vguale, vn'altro vguale. *Il sottrare, che cosa sia.*

E facilmente, qual de due numeri sia maggiore conoscerai dalle lor vltime figure. Peroche quel che hà l'vltima figura maggiore, sarà numero maggiore. Come in questi due numeri, quel di sopra è maggior di quel da basso, perche l'vltima figura 3. del superiore, è maggiore, che l'vltima figura 2. dell'inferiore. Ma se l'vltima figura de due numeri saranno vguali quello sarà maggiore, del quale la penultima figura sarà maggiore: & se ancora le penultime figure saranno vguali, quel numero sarà maggiore, nel quale prima si ritrouerà vna figura maggiore, Come in questi essempij, nelli quali sempre il numero superiore è maggiore dell'inferiore.

3001234
2986789

445078 700001000
444896 700000999

Il numero che s'hà da sottrarre, si deue collocare talmente sotto quello, dal quale si deue fare la sottrattione, che la prima figura risponda alla prima, & la seconda alla seconda, & la terza alla terza, &c. Di maniera tale, che'l mancamento delle figure del numero, che si sottrae, se pure vi sarà, apparisca nella parte sinistra. Come se'l numero 40236. s'hauerà da sottrarre dal numero 3271589. si douerà porre in questo modo. *Il numero che s'hà da sottrarre, in che modo s'hà da collocare.*

Ti-

3271589
40236

3231353

La sottrattione in che modo si faccia.

Tirata dipoi vna linea sotto quelli due numeri, si sottrarranno tutte le figure dell'inferiore numero, da tutte le figure del superiore numero; cominciando però dalle prime figure, & quel che auanza, si porrà sotto la linea secondo quell'ordine, che è stata fatta la sottrattione. Et se nel numero superiore alcune figure non haueranno figure corrispondenti nel numero inferiore, talmente, che da quelle niente si possi sottrarre, quelle si doueranno riporre sotto la linea. Come per essempio. Se dal 9. si sottrae il 6. resta 3. che scriuo sotto la linea, & sottratto il 3. dal 8. riman 5. & leuato 2 da 5. riman 3. & sottratto o. da 1. riman 1. & vltimamēte sottratto 4. da 7 rimā 3. Et perche dalle figure 2. & 3. niēte si leua, si dourāno quelle riporre col medemo ordine sotto la linea.

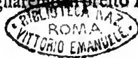
Che cosa si hà da farsi quando la figura inferiore è maggiore della superiore.

Ma quando alcuna figura del numero inferiore sarà maggiore di quella del superiore rispondente, in modo tale, che la sottrattione da quella non si possa fare, si deue osseruare questa regola. Piglisi in presto vn'vnità dalla prossima figura superiore verso la sinistra, che significarà dieci, rispetto di quella figura, dalla quale non si può far la sottrattione: dipoi à questa vnità s'aggionga la figura, dalla quale si douea fare la sottrattione, & si farà vn numero, che si scriuerà con due figure, dal quale si sottrarrà quella figura del numero inferiore; ma all'hora quella figura, dalla quale è stata pigliata in presto l'vnità, valerà vn'vnità manco che prima. Et se quella figura supe-

superiore sarà o. pigliaremo in presto l'vnità da quella figura verso la parte sinistra più prossima al o. che significarà 100. vnità, rispetto di quella figura, dalla quale non si poteua far la sottrattione, & all'hora in luogo della figura o. s'hauerà da porre con la mente la figura 9. & quella figura, dalla quale è stata pigliata in presto l'vnità, valerà vn'vnità manco che prima. Così ancora se più o. precederanno quella figura, dalla quale dobbiamo pigliar in presto l'vnità, s'haueranno tutti quei o. da imaginarsi, come 9. & quella figura che hauerà dato in presto l'vnità d'vna vnità minore. Il che tutto sarà chiaro in questo esẽpio.

4500026304827
3929034567892
―――――――――――――
570991736935

Primamente leuato, ouero sottratto il 2. dal 7. rimane 5. Doppo, perche il 9. non si può sottrarre dal 2. pigliaremo in presto vn' vnità dal 8. & così sottratto 9. dal 12. (il qual numero si fà dal 1. che habbiamo pigliato in presto, & dal 2.) riman 3. Di nuouo, perche l'8. dal 7. (essendo che la figura superiore 8. per hauer dato in presto vn' vnità, non vale se non 7.) non si può cauare, pigliaremo in presto vn' vnità dal 4. & così cauato 8. dal 17. riman 9. Dipoi perche sette dal tre, (cõciosia che la figura 4. per l'vnità, che hà imprestata, vale solamente 3.) non si può cauare, pigliaremo in presto vn'vnità dal 3. doppo il o. ma perche quest'vnità vale 100. rispetto della figura 3. dalla quale non si può fare la sottrattione, & noi hauemo bisogno solamente di 10. è necessario, che se dal 100. pigliaremo in presto 10. rimãga



ga 90. Di quì nasce, che la figura, vaglia solamente due, & sopra il o. bisogna imaginarsi la figura noue, che significa nouanta, rispetto della figura, dalla quale non si poteua far la sottrattione: talche leuato 7. dal 13. riman 6. & cauato 6. dal 9. (hauendo noi detto, che sopra il o. ci si doueua imaginare 9. con la mente) riman 3. Et perche 5. dal 2. non si può cauare, (perche la figura 3. vale solamente 2. come habbiamo detto) pigliaremo vn'vnità in presto dal 6. & sotratremo il 5. dal 12. & rimarrà 7. Poi sottratto il 4. dal 5. (perche la figura 6. val 5. per l'vnità, che hà imprestata) riman 1. Et perche il 3. di nuouo non si può leuare dal 2. pigliaremo vn' vnità in presto dal 5. ma conciosia che questa vnità rispetto della figura 2. dalle quale non si poteua far la sottrattione, vale 10000. & noi solo hauemo bisogno di 10. è necessario, che se dal 10000 pigliaremo in presto 10. restino 9990. & di quì è, che si fa che la figura 5. vaglia solamente 4. & sopra ogn'vno delli zeri, ci douiamo imaginare, che sia vna figura di 9. in questo modo 999. Perche questo 999. significano 9990. rispetto della figura 2. dalla quale la sottrattione non si poteua fare. Talche leuato 3. dal 12. riman 9. & sottratta la figura o. dal 9. (la qual figura dicemmo douersi imaginate esser posta sopra il o.) riman 9. & sottratto 9. da 9. (la quale figura 9. ancora ci l'hauemo imaginata sopra il o) riman o. Così sottratto 2. dal 9. (perche sopra'l o. di nuouo ci douemo imaginare esser posta la figura 9.) riman 7. Ma perche il 9. non si può sottrarre dal 4. (perche la figura 5. vale 4. per l'vnità imprestata) pigliaremo in presto vn'vnità dal 4. & sottrarremo il 9. dal 14. rimane 5. Finalmente sottratto 3. da 3. (perche la figura 4. per l'vnità imprestata vale solamente 3.) rimane o. la quale

figu-

figura o. perche è l'vltima in questo essempio, & niente perciò significa, si deue lasciar da parte, senza scriuerla altrimente.

Questa regola ch'habbiamo detto, è vsata da molti Aritmetici, ma noi molto più facilmente così l'insegnaremo. Quando la figura inferiore è maggior della superiore, piglissi la differenza che è tra essa, & il 10. & à questa differenza s'aggionga la figura superiore, dalla quale la sottrattione non si può fare, & tutta la somma si scriua sotto la linea, perche questa somma auanzarebbe, se quella figura maggiore si leuasse dal numero cõposto dal 10. & da quella figura superiore, dalla quale non si può fare la sottrattione, non altrimente, che se fusse pigliata l'vnità in presto: essendo, che quella figura maggiore si sottragga prima dal 10. per hauere la differenza tra'l 10. & quella figura maggiore, dipoi a questo auanzo, ò differenza s'aggionga la figura superiore. Doppo questo acciò non siamo sforzati di leuare con l'imaginatione l'vnità della figura superiore, dalla qual'è stata virtualmẽte l'vnità pigliata in presto, aggiõgeremo alla figura inferiore, che prossimamente verso la parte sinistra segue, vn' vnità, & questa somma dalla figura superiore (senza leuar prima da essa alcuna vnità) sottrarremo. Perche sempre sarà la medesima differenza tra la figura inferiore, & superiore, ò che dalla superiore si leui l'vnità, & alla inferiore niente s'aggionga, ò che dalla superiore niente si leui, & all'inferiore s'aggionga l'vnità. Come in queste due figure 7. & 4. se dal 7. si leua l'vnità, sarà 2. la differenza tra il resto 6. & 4. & se dal 7. niente si leua, ma al 4. s'aggionga l'vnità, la medesima differenza 2. sarà tra'l 7. & 5. Et in questo modo ogni volta, che si farà mentione della differenza

Più facil regola di sottrarre, quando la figura inferiore è maggiore della superiore.

tra

tra'l 10. & la figura inferiore, la quale dal numero superiore non può esser sottratta, s'hauerà d'aggiongere l'vnità alla figura prossima del numero inferiore verso la parte sinistra. Ma questo si farà più chiaro nel medesimo essempio, che quì repetito habbiamo.

4500026304827
3929034567892

570991736935

Primamente, sottratto 2. dal 7. riman 5. Ma perche il 9. nõ si può sottrarre dal 2. sottrarremo 9. dal 10. & à quella vnità che resta (che è la differenza tra 10. & 9.) aggiongeremo 2. & haueremo 3. per l'auanzo, che si scriuerà sotto la linea. Fatto questo, subito alla figura inferiore 8. che segue, aggiongeremo vn'vnità (per amor di quella differenza tra 10. & 9.) & faremo 9. Il qual 9. perche di nuouo non si può sottrarre dal 8. sottrarremo 9. da 10. & all' vnità che resta (che similmente è la differenza tra 10. & 9.) aggiongeremo 8. & haueremo 9. che porremo sotto la linea. Il che fatto, subito alla seguente figura 7. aggiongeremo 1. per causa di quella differenza, che è tra 10. & 9. & faremo 8. Il quale, perche dal 4. non si può sottrarre, sottrarremo 8. da 10. & à quel che auanza, che è 2. (cioè alla differenza, che è tra 10. & 8.) aggiongeremo 4. & haueremo 6. che si porrà sotto la linea. Dipoi subito alla figura inferiore 6. aggiongeremo 1. (per cagion di quella differenza, che è tra 10. & 8.) faremo 7. Il quale, perche non si può sottrarre dal 0. lo sottrarremo dal 10. & al resto 3. (cioè alla differenza tra 10. & 7.) aggiongo 0. & fò pur 3.

che

che metto sotto la linea. Di nuouo alla figura inferiore 5. aggiongo 1. (per amor di quella differenza, che tra 10. & 7.) & fò 6. Il quale perche non si può sottrarre dal 3. lo sottraggo dal 10. & al resto, che è 4. (cioè alla differenza, che è tra 10. & 6.) aggiongo 3. & fò 7. che scriuo sotto la linea. Fatto questo, subito alla figura inferiore 4. aggiongo 1. (per causa della detta differenza che è tra 10. & 6.) & fò 5. il quale sottratto dal 6. riman 1. Et perche in questa vltima sottrattione non è stata fatta mentione della differenza trà il 10. & 5. Conciosia che il 5. s'è potuto sottrarre dal 6. non aggiongo altrimente 1. alla figura inferiore 3. ma perche non si può sottrarre 3. dal 2. sottraggo dal 10. & al resto che è 7.

45000263048 27
39290345678 92

57099173 6935

ouero alla differenza tra 10. & 3. aggiongo 2. & fò 9. che s'hà da porre sotto la linea. Doppo questo, subito alla figura inferiore 0. aggiongo 1. (per amor della differenza detta tra 10. & 3.) & fò 1. Et perche 1. non si può sottrarre dal 0. leuo 1. da 10. & al resto che è 9. (cioè alla differenza tra 10. & 1.) aggiongo 0. & fò pur 9. che pongo sotto la linea. Dipoi subbito aggiongo di nuouo 1. alla figura 9. inferiore (per cagion di quella differenza, che è tra 10. & 1.) & fò 10. Il quale, perche non si può sottrarre dal 0. lo cauo dal 10. & al resto che è 0. (ouero alla differenza, che è tra 10. & 10.) aggiongo 0. & ne fò pur 0. che è il resto da porsi sotto la linea. Di nuouo

ſubito alla figura inferiore 2. aggiongo 1. (per conto di detta differenza tra 10.& 10.) & fò 3. Il quale perche non ſi può ſottrarre dal 0. lo ſottraggo dal 10.& al reſto, che è 7. (cioè alla differẽza, che è tra 10.& 3.) aggiongo 0.& fò 7. che pōgo ſotto la linea. In oltre di ciò ſubito aggiongo 1. alla figura 9. inferiore (per conto della differẽza tra 10.& 3.) & fò 10. Il quale perche dal 5. non ſi può ſottrarre, lo cauo dal 10.& al reſto 0. cioè alla differenza tra 10.& 10.) aggiongo 5. & fò pur 5. che reſta per ſcriuerlo ſotto la linea. Finalmēte ſubito alla figura 3. inferiore aggiongo 1. (per amor di quella differenza tra 10.& 10.) & fò 4. il quale cauato da 4. riman 0. la qual figura 0. perche è ſuperflua nel principio del numero dalla parte ſiniſtra, laſciamo; conciosia, che mettendocela à nulla ſeruirebbe.

per 7. *Altro eſſempio.* per 9.

5 X 5	4000134| 67823|0 ——— 393231|5	3 X 3

In queſto eſſempio perche leuate tutte le figure inferiori dalle ſuperiori riſpondenti, s'haueria d'aggiongere l'vnità alla figura ſeguente inferiore, la quale non v'è, riporremo l'vnità con l'imaginatione nel ſeguente luogo, la quale perche non ſi può ſottrarre dal 0. lo ſottrarremo dal 10.& reſterà 9. che ſcriueremo ſotto la linea: & di nuouo con la mente ſi deue mettere 1. nel ſeguente luogo, & dal 4. cauarlo, per hauer l'auanzo 3. da porre ſotto la linea.

Ma ſe vn numero da più numeri, ouero più nume-

numeri da più numeri, ò da vn numero s'hauerà da sottrarre, auanti che si faccia la sottrattione, s'hanno prima da raccorre insieme in vna somma quelli più numeri, dalli quali s'hauerà da fare la sottrattione, & ancora quelli numeri, li quali si deuono sottrarre.

La proua della sottrattione, è di quattro sorti: la prima si fa con leuare il 9. Pero che se dal superior numero, del quale è stata fatta la sottrattione, si leuerà il 9. quante volte si può, in quel modo, che noi habbiamo detto, che si doueua fare nel sommare dei numeri, & quel che auanza, collocaremo in vna parte della croce, è necessario, se non s'è fallato nella sottrattione, che resti il medesimo numero, se si butterà via il 9. quante volte si può dal numero sottratto, & insieme da quel che è restato. Così tù vedi nel sopradetto prossimo essempio da man destra il residuo sempre esser 3. ò che tù leui il 9. quante volte si può dal numero 400034. dal qual' è stata fatta la sottrattione, ò che lo leui dalli numeri 67823.3932311. insieme de' quali quello è stato sottratto, & questo auanzato della sottrattione.

Prima proua del sottrarre per la regola del 9.

La seconda proua si fa cò'l gittar via il 7. Perche se dal numero, del quale è stata fatta la sottrattione: si leuarà 7. quante volte si può, in quel modo, che noi habbiamo detto nel sommare dei numeri, che si doueua buttar via il 7. & quel che auanza, si porrà in vna parte della croce, e necessario, se la sottrattione sarà fatta bene, che auanzi il medesimo numero, se si buttarà via il 7. quante volte si può dal numero sottratto, ponendo il resto dalla banda destra di quello, & dal numero, che auanza della sottratione, ponendo ancora il resto dalla parte destra di quello; &

Seconda proua del sottrarre per la regola del 7.

finalmente questi due resti posti dalla parte destra, si raccorranno insieme in vna somma, & da quella somma, si leuarà il 7. quante volte si può, se si potrà cauare. Così nel medesimo essempio di sopra, leuato il 7. quante volte si può, dal numero 4000134. rimane 5. & leuati ancor li 7. dal 67823. rimā o. & leuati li 7. dal 3932311. riman 5. il che aggionto al o. farà ancor 5. si come si vede nella croce posta dalla parte sinistra del detto essempio.

Ma l'vna, & l'altra di queste proue è fallace, s' alcuno per inganno, ò malitia trasporrà li numeri, ouero rimetterà altri numeri, si come habbiamo detto nel sommare de' numeri.

Terza proua della sottrattione per la regola del raccorre.

La terza proua si fa per il sommare. Perche se tù aggiongi al numero sottratto il numero che auanza, di necessità si viene à rifare il numero, dal quale è stata fatta la sottrattione, come in questo essempio vedi.

Il numero dal quale si fa la sottrattione.	60123
Il numero sottratto.	45678
Il numero che auanza.	14445
La somma raccolta dal numero sottratto, & dall' auanzato.	60123

Quarta proua della sottrattione per la regola del raccorre.

La quarta proua si fa per la sottrattione Imperoche fatta la sottrattione, se tù leuarai dal medesimo numero, dal quale è stata fatta la sottrattione, l'auanzo, necessariamente restarà il numero sottratto. Come nel prossimo essempio, se il numero 14445. che auanzò, cauarai dal numero 60123. l'auanzo sarà il numero sottratto 45678. come quì si vede manifestamente.

Que-

60123
14445

45678

Queste due vltime proue sono certissime, & non possono fallare mai, nè ammettere fallacia, ò fraude alcuna.

DEL MOLTIPLICARE DEI numeri intieri. Cap. IV.

MOltiplicare vn numero per vn' altro, è vn' ammassare, & pigliare vno di quelli tante volte quante vnità l'altro contiene. Come il moltiplicare 6. per 5. ouero 5. per 6. è vn'ammassare, ò ammontonare insieme il 6. cinque volte, ouero il 5. sei volte; che nell'vno, & nell'altro modo trouaremo sempre 30. nel detto ammassamento; Et questo si chiama moltiplicare. Talche il numero prodotto dalla moltiplicatione d'vn numero in vn'altro, conterrà tante volte qualunque de' numeri moltiplicati, quante volte l'altro contiene l'vnità. Come nel detto essempio è manifesto. Onde è, che la moltiplicatione si può anco descriuere così. La moltiplicatione d'vn numero per vn' altro, è vn ritrouameuto d' vn numero; il quale tante volte l' vno d' essi contenga, quante volte l' altro contiene l' vnità.

Accioche ogni moltiplicatione si faccia più speditamente, è necessario sapere, qual numero si produca dalla moltiplicatione di qual si voglia figura numerale in qual si voglia altra figura; come dal 7. nel 8. ouero dal 8. nel 7. Così ancora dal 7. nel 9. ò dal 9. nel 7. &c. Perche se saprai ben far questo, non sentirai alcuna fatica, ouero difficultà nella moltiplicatione. Il che s' impara

tuttauia più col continuo essercitio, che con alcuna regola. Tra tanto però grandemente ti seruirà la seguente tauola, che suol esser chiamata Pitagorica, forse per questa causa, perche Pitagora ne fosse inuentore, ouero perche habbia in essa marauigliosamente essercitato li suoi scolari.

1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	18	27	36	45	54	63	72	81

Il modo di fabricare questa tauola di Pitagora.

La compositione di questa tauola è facilissima, perche la prima linea cominciando dall'vnità, & seguitando per la continoua aggiontione dell'vnità, se ne và fino al 9. Come dire. Dal 1. & 1. si fà 2. dal 2. & 1. si fa 3. dal 3. & 1. si fa 4. &c. La seconda linea comincia dal 2. & seguita per la continua aggiontione del 2. Come dire. Dal 2. & 2. si fa 4. dal 4. & 2. si fa 6. dal 6. & 2. si fa 8. &c. & così anco la terza linea piglia il suo principio dal 3. & per la continua aggiontione del 3. procede, & così tutte l'altre linee sono composte nel medesimo modo: perche ciascuna camina per il continuo accrescimento di quel numero, dal quale comincia.

L'vso di questa tauola in quanto à quello, ch'

ap-

appartiene alla moltiplicatione, (ancorche habbia infiniti altri vsi) è questo. Proposte due figure da moltiplicarsi tra di loro, se l'vna se ne pigliarà nella superiore linea, & l' altra nel lato sinistro, & in quella linea si caminerà all'ingiù, & in questo lato verso la man destra, trouerassi nel commun concorso d' esse figure il numero prodotto dalla moltiplicatione di esse. Così vedi dalla moltiplicatione del 7. in 8. o. del 8. in 7. essere prodotto 56. Et dal 8. in 8. esser prodotto 64.& così de gl' altri.

L'vso della tauola Pitagorica.

Ma se questa sorte di tauola non sarà così alle mani, si potrà vsare questa regola. Scriuasi vna figura sotto l'altra,& la distanza, ouero differenza dell'vna,& l'altra dal 10. si ponga dalla banda destra. Dipoi queste distanze si moltiplichino tra di loro. Peroche il numero prodotto, se si scriue con vna figura, darà la prima figura della somma, che s' hà da produrre dalla moltiplicatione delle figure; ma se si scriue con due figure, si douerà serbare la figura delle dicine,& porre la prima per la prima figura della somma, che s' hà da produrre. La seconda figura di questa medesima somma s' hauerà, se si caua la distanza di qual si voglia delle due figure dall' altra figura, & à quello che auanza, si aggiunga la figura delle dicine riserbate, se alcuna ve ne sia riserbata. Ouero se le figure proposte s' aggiongeranno tra di loro, aggiongendo prima la figura delle dicine riserbata, (se vi sarà) la prima figura di questa somma, buttando via la seconda figura delle dicine, come superflua, ci darà la seconda figura della somma, che s' hà da produrre. Con gl' essempij la cosa si chiarirà meglio.

Regola di moltiplicare vna figura in vn' altra.

9.	1.	8.	2.	7.	3.
8.	2.	8.	2.	6.	4.
7	2	6	4	4	2

Nel primo essempio, le figure che s' hanno dal moltiplicare, sono 9. & 8. & le distanze loro dal 10. sono 1.& 2. le quali tra loro moltiplicate,(la qual moltiplicatione sarà facilissima, conciosia, che le distanze dal 10. siano minori delle figure, che s' hanno da moltiplicare. Percioche di queste si deue intendere la presente regola) dicendo vna volta 2. ouer due volte 1. fa 2. la qual figura scriuo sotto le distanze per la prima figura della somma, che s' hà da produrre; Poi leuata la distanza 2. dal 9. ouero la distanza 1. dal 8. riman 7. la qual figura scriuo sotto le figure per la seconda figura della somma, che s'hà da produrre. La qual seconda figura ci sarà ancora data dalla prima figura della somma delle figure 9.& 8. ch' è 17. buttata via la seconda figura 1. come al tutto inutile à questo negotio. Tal che la moltiplicatione di queste figure 9.& 8. sarà 72.

Nel secondo essempio, le figure proposte sono 8. & 8. le distanze di quelle dal 10. sono 2. & 2. Queste se tra di loro saranno moltiplicate, dicendo 2. via 2. haueremo 4. per la prima figura della somma, che s'hà da produrre. Poi leuata la distanza, qual vuoi dal 8. riman 6. per la seconda figura. La quale ci sarà ancor data dalla figura prima della somma di 8. & 8. ch' è 16. lasciata la seconda figura 1. come superflua. Adunque le figure 8. & 8. moltiplicate trà di loro saranno 64.

Finalmente le figure date nel terzo essempio, sono 7. & 6. le distanze delle quali dal 10. sono 3. & 4. Queste tra di loro moltiplicate, dicendo

do

do 3. via 4. ouero 4. via 3. fanno 12. Adunque la prima figura della somma, che s'ha da produrre, sarà 2. & la figura seconda 1. del prodotto 12. si deue serbare: Dipoi leuata la distanza 4. dal 7. ouero la distanza 3. dal 6. riman 3. che se aggiongeremo la figura 1. riserbata faremo 4. per la seconda figura della somma, che s'ha da produrre, la quale ancora ci sarà datta dalla prima figura della somma di 7. & 6. aggiontaui prima l'vnità riserbata, che è 14. lasciata in tutto la seconda figura 1. Si produrrà adunque 42. dalla moltiplicatione del 7. per 6. ouero del 6. per 7. La medesima ragione, & regola è in tutte l'altre figure, pur che la somma delle due figure proposte sia maggiore di 10. altrimente le distanze di quelle dal 10. sarebbono maggiori d'esse figure, & perciò più facilmente si moltiplicherebbono le figure, che le distanze. Ma meglio farai, se con l'vso, & essercitio impararai à mente questa sorte di moltiplicatione di figure trà di loro, che voler andare ogni volta ricorrere alla tauola Pitagorica, ò à questa regola.

Hora proposti due numeri da douersi moltiplicare tra di loro, s'hauerà da scriuere il minore sotto il maggiore, in modo però tale, che la prima figura risponda alla prima, & la seconda alla seconda, &c. si come habbiamo detto nel raccorre, & sottrarre de' numeri. La qual cosa non è però necessaria al tutto, potendosi ancora scriuere il maggiore sotto il minore, pur che si serui l'ordine detto delle figure. Come douendosi moltiplicare il numero 4300678. per il numer. 600394. si doueranno collocare detti numeri in vno di questi due modi, benche il primo sia più in vso.

In che modo s'hanno da porre li numeri che si deuono moltiplicare.

4300678	ouero	600394
600394		4300678

Ma

Ma insegniamo prima, in qual modo vn numero si multiplichi per vna sola figura, perche così più facilmente si intenderà, in che modo vn numero per vn'altro numer. si deue moltiplicare.

Quando dunque alcun numero hauerà da esser moltiplicato per vna figura sola si suole sempre questa figura moltiplicante, scriuere sotto la prima figura del numero, che si moltiplica. Per essempio, se s'hauerà a moltiplicare il numero 600394. per 8. così starà l'essempio. Et la moltiplicatione si farà, se la figura 8. si moltiplicarà per tutte le figure del numero 600394. cominciando dalla parte destra, & venendo verso la sinistra, & scriuendo ogni numero prodotto sotto la linea la quale se tirerà sotto li numeri, che si moltiplicano in tal modo però, che s'alcun numero prodotto si scriuerà con due figure, la prima di quelle si ponga, & la seconda serbi per aggiongerla al seguente numero prodotto: cioè, in questo modo.

In che modo vn numero si moltiplichi per vna figura.

600394 8. ——— 4803152	5 4 X 8 5

Prima moltiplico 8. per 4. dicendo 8. via 4. ouer 8. volte 4. fa 32. pongo 2. sotto il 4. & riserbo 3. Dipoi dico 8. via 9. fa 72. & aggionto il 3. serbato, fa 75. pongo 5. sotto il 9. & serbo 7. Dipoi 8. via 3. fa 24. aggionto 7. ch'era riserbato, fa 31. pongo 1. sotto 3. & serbo 3. Doppo 8. via o. fa o. & aggionto il 3. riserbato, fa 3. qual pongo sotto il o. & niente riserbo. Di nuouo dico 8. via o. fa o. al quale, perche niente m'auanzò, & niente si deue aggiongere, pongo dunque o. sotto'l o. & nien-

niente mi riserbo. Vltimamente 8. via 6. fa 48. al quale, perche niente m'auanzò, niente aggiongo, pongo dunque tutto questo numero sotto la linea, perche la moltiplicatione è finita, poiche non vi resta altra figura da esser moltiplicata per 8. Tal che, se moltiplicaremo tutto il numero 600398. per 8. ne faremo questo num. 4803152. & in questo modo moltiplicarai ogni numero per qual si voglia figura.

Ma se si hauerà da moltiplicare vn numero per vn'altro numero, tirisi sotto essi disposti, & ordinati, come habbiamo detto, vna linea rotta. Dipoi ciascuna figura del numero inferiore si moltiplichi per tutte le figure del superiore, come poco fa habbiamo insegnato, osseruādo solamente questo con diligenza, che il numero prodotto da qualunque figura del numero inferiore, moltiplicata per la prima figura del numero superiore, sia posto sotto quella figura del numero inferiore, per la quale il numero superiore si moltiplica, & gl'altri numeri prodotti dalla moltiplicatione della medesima figura del numero inferiore, per l'altre figure del numero superiore, si mettano di mano in mano secondo il suo ordine, verso la parte sinistra.

In che modo si moltiplicarà vn numero per vn'altro numero scritto con più figure.

Così tù vedi esser stato fatto in questo essempio, nel quale quattro ordini di numeri sono stati constituiti dalli numeri prodotti.

per 9.		per 7.
	4300678	
	600394	
4	17202712	2
1 X 4	38706102	4 X 4
	12902934	
	25804068	
4	2582101267132	2

Per-

Percioche tutto il numero prodotto dalla moltiplicatione del 4. in tutte le figure del numero superiore, hà la prima sua figura sotto 4. Così ancora il numero prodotto dalla moltiplicatione del 9. in tutte le figure del numero superiore, hà la prima sua figura sotto 9. Per la medesima ragione la prima figura del numero prodotto dalla moltiplicatione del 3. in tutte le figure del numero superiore, & posto sotto 3. Vltimamente la prima figura del numero prodotto dalla moltiplicatione del 6. in tutte le figure del numer. superiore, è posto sotto il 6. & tutte l'altre figure procedano con il suo ordine verso la parte sinistra.

Et perche la figura o. così moltiplicando, come ancora moltiplicata, sempre produce o. perciò habbiamo nel numero inferiore lasciati li due zeri, senza moltiplicarli nel numero superiore, perche sempre hauerebbono prodotto o. Il medesimo si farà ogni volta, che nel numero inferiore saranno alcuni zeri: perche quelli sempre lasciaremo, & andaremo à pigliare la prossima figura seguente significatiua. Ma non però sono da lasciare li zeri del numero superiore, se vi saranno; perche se bene moltiplicati per le figure significatiue del numero inferiore producano o. nondimeno auuiene spesso, che à quel o. prodotto s'habbia d'aggiongere qualche cosa, cioè, quello, che nella precedente moltiplicatione sarà stato riserbato, & quello si deue riporre sotto la linea, in luogo del numero prodotto. Anzi, ancorche non sia riserbato niente, si douerà porre nondimeno la figura o. sotto la linea, in luogo del numero prodotto. Le quali cose tutte nelli essempij superiori sono state osseruate. Perche nel primo, quando habbiamo moltiplicato 8. per o. producemmo o. Ma perche nella precedente

dente moltiplicatione era ſtato riſerbato 3. habbiamo poſto 3. in luogo del o. prodotto. Dipoi quando moltiplicammo di nuouo 8 per o. producemmo ancora o. Et perche niente era ſtato riſerbato, ponemo o. in luogo del prodotto. Et il medeſimo è ſtato fatto nell' altro eſſempio.

Doppo queſto, di ſotto à tutti li numeri prodotti ſi tiri, vn'altra linea, per metter ſotto di quella tutta la ſomma raccolta di tutti quei numeri prodotti. La qual ſomma ſi deue raccorre, ſecondo che s'è detto nel capitolo del modo di ſommare i numeri; pur che la prima figura di qual ſi voglia numero prodotto s'intenda tenere, & occupare quel luogo, ch'occupa la figura del primo prodotto, ſotto la quale ella è poſta, cioè, che la figura 2. la quale è la prima del ſecondo numero prodotto nel proſſimo eſſempio s'intenda eſſer poſta ſotto il ſecondo luogo del primo numero prodotto, & la figura 4. ch'è la prima nel terzo numero prodotto, s'intenda eſſer poſta ſotto il terzo luogo del primo numero prodotto. Vltimamente la figura 8. quale è la prima ancora nel quarto numero prodotto, s'intenda occupare, & eſſer poſta nel ſeſto luogo ſotto il primo numero prodotto. Imperoche tù vedi in detti luoghi tutte queſte figure eſſer poſte. Ma acciò la coſa ſi faccia chiara con l'eſſempio, la ſomma ſi racorrà in queſto modo. Nelli numeri prodotti ſolamente la figura 2. occupa il primo luogo, quella ſola dunque ſi porrà ſotto la linea. Dipoi nel ſecondo luogo vi è 1. & 2. che fanno 3. da porſi nel ſecondo luogo. Dipoi nel terzo luogo vi è 7. & 4. che fanno 11. s'hauerà dunque da porre 1. ſotto la linea nel terzo luogo, e ſerbare 1. per aggiongerlo alle figure nel quarto luogo, &c.

Di

Di questa maniera la somma raccolta sarà 2582101267132. & questo numero si produce dalla moltiplicatione del 4300678. nel 600394.

Ma acciò tù veda il medesimo numero prodursi ancora, se il maggior numero fusse mosso sotto il minore, habbiamo posto quest'altro seguente essempio, nel quale li medesimi due numeri 4300678. & 600394. si moltiplicano tra di loro: ma il maggiore è posto sotto il minore, & si sono fatti cinque ordini di numeri prodotti, quante à ponto sono le figure significatiue nel numero inferiore; & nientedimeno il medesimo numero, che prima, s'è prodotto.

per 9. per 7.

	600364	
	4300678	
4		2
4 X 1	4803152	4 X
	4202758	
	3602364	
	1801182	
4	2401576	2
	2582101267132	

Questo modo di moltiplicare, che fin quì habbiamo esposto, è il più vsato appresso tutti, ma pur altri modi di moltiplicare, & non men belli, mostraremo nella nostra Aritmetica maggiore.

Prima proua della moltiplicatione per la regola del 9.

La proua della moltiplicatione è di tre sorti. La prima si fa per il leuare del 9. in questo modo. Prima, si buttino via li 9. dal numero moltiplicato, quante volte si può, si come habbiamo det-

detto nel capitolo del sommare, & quello che auanza, si ponga nella parte sinistra della croce. Doppo leuati via li 9. nel medesimo modo, dal num. moltiplicãte, si ponga quel che auanza nella parte destra della croce. Terzo, moltiplicando questi due residui tra di loro, leuansi dal prodotto li 9. & quel che auanza, si ponga nella parte di sopra della croce. Vltimamente poi leuinsi ancora dalla somma di tutti li numeri prodotti li 9. & quel che auanza, si scriua nella parte inferiore. Perche è necessario, non essendosi fallato nella moltiplicatione, che questo vltimo residuo sia vguale à quello, che è posto nella parte superiore della croce. Li essempij sono posti nelle moltiplicationi di sopra. Perche nel primo essempio, leuati li 9. dal 600394. il resto è 4. & il resto di 8. è 8. perche da 8. non si può leuare 9. Moltiplicati dunque questi residui 4. & 8. tra di loro fanno 32. dal qual numero se leuarai li 9. restarà 5. Ancora il medesimo restarà, se si leuaranno li 9. dal prodotto 4803152. Nel secondo essempio, il resto del primo numero è 1. & del secondo è 4. moltiplicati dunque questi residui 1. & 4. tra di loro faranno 4. che si porrà nella parte di sopra della croce, perche il 9. non si può leuare da 4. & così leuati li 9. dalla somma, rimane ancora 4.

Seconda proua del. la moltiplicatione per la regola del 7.

L'altra proua si fà co'l leuare li 7. cioè, se nel modo, che habbiamo detto nel capitolo del sommare, si buttino via li 7. dalli numeri medesimi, dalli quali nella proua passata hauemo detto, che si douessero leuare li 9. L'essempio tù l'hai nelle precedenti due vltime moltiplicationi. Ma queste due proue sono anco quì fallaci per le ragioni dette di sopra. Onde per essere più certo non hauere fatto errore, potrai fare tutte due le proue, come nel capitolo del sõmare detto habbiamo.

Terza proua della moltiplicatione per la regola del partire.

La terza proua è certissima, & si fà per la diuisione, perche se tutta la somma prodotta si diuiderà per vno de' due numeri moltiplicati, necessariamente riuscirà l'altro numero nel numero, che dalla diuisione si produce. Et questa diuisione sarà facilissima, essendo che non sarà bisogno cercare le figure, che s'hanno da porre nel numero, che si produce dalla diuisione, conciosia che tutte quelle per ordine si contengono nell'altro numero moltiplicato. Ma questa proua meglio s'intenderà, quando sarà dichiarato, come si faccia la Diuisione.

Altri due essempij con la proua del 9.

4068		3069
23	0 X 5, 0	45
12204		15345
8136		12276
93564	0 X 0, 0, 0	138105

Nel primo essempio di questi due, il primo residuo, che auanza è 0. Onde benche il secondo auanzo sia 5. nientedimeno la moltiplicatione delli auanzi fa 0. Ma nel secondo essempio l'vno, & l'altro auanzo de i numeri moltiplicati è 0. Onde la moltiplicatione di quelli sarà ancora 0. & così nell'vno come nell'altro essempio, il resto del numero prodotto necessariamente sarà ancora 0.

Facilità del moltiplicare quãti nu-

Se per auuentura l'vno, & l'altro numero da moltiplicarsi, ouero vno d'essi, hauerà nel principio alcuni zeri, la moltiplicatione sarà molto facile. Perche lasciati tutti quei zeri, si douerà molti-

moltiplicare il resto de i numeri tra di loro, & al numero prodotto aggiongere verso la man destra, per ordine tutti quelli zeri lasciati. Come dire, se si douerà moltiplicare 3407. per 4000. Lasciati li zeri 000. si moltiplicarà il dato numero per 4. & al fine del numero prodotto 13624. si metteranno li medesimi zeri lasciati, in questo modo 13624000. Così ancora se si doueräno moltiplicare 3040000. per 203000. Lasciati li 7. zeri, li quali sono posti dalla parte destra d'essi numeri, si moltiplicaranno i numeri 304. 203. che restano tra di loro, & al numero prodotto 61712. s'aggiongeranno al fine quei 7. zeri lasciati, in questo modo 617120000000.

meri nel principio hanno delli zeri.

Di quì è, che hauendosi da moltiplicare qualche numerò per 10. ò per 100. ò per 1000. &c. si douerà sempre aggiongere a quel numero nella parte destra tanti zeri, quanti sono contenuti nel numero, che moltiplica, senz'alcun altra moltiplicatione. Perche leuati via li zeri, rimane solamente l'vnità: la quale moltiplicando il numero dato, produce sempre il medesimo numer. Come 5067. moltiplicato per 10. fa 5 0 6 7 0. & moltiplicato per 100000. fa 506700000. Così ancora 3000. moltiplicato per 100. fa 300000. &c.

DEL PARTIRE DE I NVMERI intieri. Cap. V.

IL diuidere ò partire, è vn distribuire ò segare qual si voglia numero proposto in più parti vguali, denominate d'vn'altro numero dato. Come dire, partire il numero 36. per 9. è distribuirlo in 9. parti vguali denominate da 9. cioè in 9. parti 9. ciascuna delle quali contiene quattro vnità. Di maniera, che il 4. sia il numero da questa diuisione

Che cosa sia partire.

Quotiente che cosa sia.

prodotto, il quale si suol chiamare Quotiente, perche mostra, quante volte il numero 9. il qual si chiama Diuidente, ouero partitore, si contiene nel numero 36. che s'hà da partire; poiche mostra esser contenuto quattro volte, cioè, tante volte quante vnità sono contenute nel numero Quotiente, ch'è 4. Donde nasce, che il partire, ò diuidere si può ancora descriuere così. Il partire, ò diuidere non è altro, che trouare vn numero, che contenga tante vnità, quante volte il numero, che si partisce, contiene il partitore; si come nel proposto essempio è manifesto.

In che modo nella diuisione i numeri s'hanno da porre.

Nella Diuisione si scriue il partitore sotto il numero, che s'hà da partire, non già mettendo la prima figura sotto la prima, la seconda sotto la seconda, &c. si come nel sommare, sottrarre, & moltiplicare, è stato fatto, ma con ordine contrario. Perche quì s'hà da porre l'vltima figura del partitore sotto l'vltima figura del numero, che si diuide, & la penultima sotto la penultima, &c. Come se si hà da partire il numero 7806. per 47. s'haueranno da collocare li numeri nel modo, che quì vedi nel proposto essempio.

```
7806
47
```

Ma se l'vltima figura del partitore sarà maggiore dell'vltima figura del numero, che s'hà da partire, si porrà l'vltima figura del partitore sotto la penultima figura del numero, che si partisce, & la penultima sotto l'antepenultima, &c. si come in questo essempio è manifesto. Et il medesimo si farà, quando l'vltima figura del partitore sarà vguale alla figura del numero, che si diuide; ma la penultima sarà maggiore, della penultima; ouero quando così l'vltima all'vltima, come la penultima alla penultima sarà vguale: ma l'antepe-

```
37800
 47
```

nultima del partitore sarà maggiore, che l'antepenultima del numero, che si diuide: ouero finalmente ogni volta che'l partitore sarà maggiore di quel numero, che esprimono tante figure vltime del numero, che si partisce, con quante si scriue esso partitore. Le quali cose tutte sono manifeste in questi tre essempij.

46800.	476047.	4792.
47	4762.	47.

Ma in questo modo si farà la Diuisione. Cerchisi prima quante volte si contenga il partitore nel numero scritto sopra di se, & il numero, che mostra quante volte si contiene, si scriua dalla parte destra del numero, che s'hà da partire, doppò questa linea corua (& questo numero) il quale si scriue sempre con vna figura, non potendosi mai pigliare maggior numero, che 9. nel Quotiente, ancor che paia alle volte il partitore entrarui nel numero posto sopra di se più che 9. volte, (si come nelli essempij sarà manifesto) si moltiplichi per il partitore, & il numero prodotto, (il quale non s'ha da scriuere da parte, ma tenerlo a mente) si sottragga dal numero sopra di se scritto in quel modo, che insegnato hauemo nella regola della sottrattione, scriuendo ciascuno auanzo de i numeri sopra le figure, dalle quali è stata fatta la sottrattione, scancellate però prima queste figure insieme co'l partitore. Et fatto questo, tutto il numero, che resta, scritto sopra il partitore, deue esser minore che'l detto partitore, altrimente sarebbe fatto errore nel partire. Il che ancora ne gl'altri auanzi si deue osseruare.

In che modo si facci la diuisione.

Nel Quotiente non si puo portare maggior numero, che 9.

Il numero che rimane sempre deue esser minore del partitore.

Dipoi s'hauerà da trasportare, ò promouere il partitore verso la parte destra nel luogo più vici-

no, & di nuouo cercare, quante volte si contenga nel numero,che gli viene esser posto di sopra,& fare tutte l'altre cose, come prima. Ma se in alcuna promotione,ò trasportamento del partitore, il partitore fosse maggiore del numero à se sopra scritto,talche ne anco vna volta in quello si contenesse,si scriuerà vn zero nel Quotiente doppo quel numero,che habbiamo detto,douersi scriuere doppo la linea corua, & scancellare il partitore; & di nuouo trasportarlo al luogo più vicino, & cercare, come prima, quante volte nel numero sopra di se scritto sia contenuto, &c. Et così sempre s'hauerà da portare innanzi il partitore, fin che non rimanga luogo alcuno nel numero, che si diuide, sotto il quale il partitore si possa promouere. Ma queste cose con gl'essempij si farrano più facili, & più piane.

In che modo vn numero si partisca per vna figura sola

Qual numero sia quello, ch' si dice esser scritto sopra'l partitore.

Si habbia primamente a partire il numero 76048. per vna figura sola, come dire per 8. prima trouo il partitore 8. essere contenuto nel numero 76. sopra di se posto noue volte. Quel numero però si dice esser scritto sopra il partitore, che viene espresso dalla figura posta sopra la prima figura del partitore, & da tutte l'altre verso la parte sinistra, se alcuna ve n'è. Come nell'essempio proposto. Il numero sopra il partitore posto è 76. Et dalla tauola Pitagorica, che è posta di sopra, facilmente, conoscerai, quante volte si contenga la figura del partitore nel numero sopra di se posto. Imperoche se pigliarai la figura del partitore nel capo della tauola, & per la linea risponedente a quella al dritto in giù discendendo, pigliarai il numero posto sopra la detta figura del partitore, ouero, se quello non ci si troua, il numero minore di quello, che gli è più vicino, la figura, che risponde a quello nel sinistro lato della tauo-

In che modo si conosca dalla tauola Pitagorica quante volte la figura del

tauola mostrerà, quante volte la figura del partitore si contenga nel numero sopra di se posto. Come nel proposto essempio. Sotto la figura 8. nella tauola Pitagorica, non si ritroua il numero 76. sopra il partitore 8. posto: Se adunque si pigliarà il numero 72. minore, & al 76. prossimo, si ritrouerà nel finistro lato della medesima tauola la figura 9. Adunq; noue volte la figura 8. si contiene nel 76. & così di tutti gl'altri. Pongo dunq; 9. doppo la linea corua, & moltiplico 9. per 8. dicendo 9. via 8. fa 72. che si deuono sottrarre dal numero 76. posto sopra il partitore in questo modo. Leuato 2. dal 6. riman 4. Sancellata dunq; la figura 8. del partitore, & la figura 6. del numero, che si diuide, pongo 4. sopra il 6. & sottratto 7. dal 7. riman nullla. Scancellata dunque la figura 7. nulla pongo sopra la figura 7. Perche vi si douerebbe porre il zero, che sarebbe superfluo, non lo seguendo nissun'altra figura verso la finistra. Et così s'è finita vn'operatione della diuisione, & rimane questo numero 4048. si come nell'essempio proposto appare.

partitore si contenga nel numero sopra posto.

```
  4
7c048    (9
 8
```

Doppo promosso il partitore nel luogo precedente sotto il o. come quì vedi nel secondo essempio, trouo, che'l partitore 8. è contenuto cinque volte nel numero 40. sopra di se scritto.

```
  4
7c048    (9
 88
```

Pongo dunq; 5. doppo la figura 9. già sopra ritrouata, si come nel seguẽte terzo essempio si vede, & dico 5. via 8. (cioè moltiplicando la figura 5. ritrouata per il partitore) fa 40. che sot-

```
  4
76048    (95
 88
```

tratto dal numero 40. posto sopra il partitore, non lascia niente. Scancellata dunq; la figura 8. del partitore, & le figure o.& 4. del numero,che si diuide, sarà finita la seconda operatione della diuisione, & rimarrà questo numero 48. Come in questo medesimo terzo essempio si vede.

4
76048 (99
888

Di nuouo promosso il partitore nel luogo precedente sotto la figura 4. come tù vedi nel quarto essempio,ritrouo,che ne anco vna volta si contiene il partitore 8. nel soprascritto numero 4. Pongo dunque 6. doppo la figura 5.vltimamente ritrouata, come s'è fatto in quest'altro quinto essempio. Et perche la figura o. moltiplicata per il partitore 8. nulla produce, nulla si sottrarrà dal numero 4. posto sopra il partitore Scancellato dunq; il partitore,sarà finita la terza operatione della diuisione, & resterà il num.48.si come è manifesto in quest'istesso quinto essempio.

4
76048 (950
888

Finalmente promosso il partitore nel luogo precedente sotto la figura 8. si come quì nel sesto essempio si vede, ritrouo il partitore 8. nel numero 48. soprascritto contenersi sei volte. Pongo dunque 6. doppo la figura o. ritrouata vltimamente, si come s'è fatto quì in questo settimo essempio, & dico 6.via 8. cioè, moltiplicãdo la figura 6. ritrouata per il partitore)

4
76048 (950
8888

4
76048 (9506
8888

fa

fa 48. qual numero sottratto dal numero 48. sopra il partitore posto, nulla vi lascia. Scancellata dunque la figura 8. del partitore, & le figure 8. & 4. del numero, che si partisce, sarà finita tutta l'operatione della diuisione, non restando altro luogo nel numero, che si partisce, nel quale possi essere promosso il partitore; & nella diuisione non auanzarà cosa alcuna. Di sorte, che tutto il numero Quotiente è 9506.

Hò posto tanti essempij in questa diuisione, acciòche più distintamente apparisca quel che rimane in ciascuna operatione, & quel che si scancella: se bene l'vltimo solo basti per tutti. Di maniera, che nell'operare non è necessario scriuere gl'altri essempij, ma basta, che l'vltimo si metta.

Di modo, che come vedi, il Quotiente ha tante figure, quante volte il partitore è posto sotto il numero, che si diuide. Il che auuiene ancora in tutte l'altre diuisioni, ancorche siano fatte per più figure. Perche sempre il Quotiente hauerà tante figure, quante volte tutto il partitore si pone sotto il numero, che si diuide.

Il Quotiẽte quante figure habbia in qualunque diuisione.

Si habbia da poi da partire il numero 1832487. per il partitore 469. il quale non con vna sola; ma con più figure si scriue. Quì per sapere, quante volte il partitore sia contenuto nel numero sopra di se scritto, (in questo essempio il num. posto sopra il partitore è 1832.) non si ha da cercare questo di tutto il partitore; ma basta, che si cerchi, quante volte l'vltima sua figura; che in questo essempio è 4. sia contenuto nel num. sopra di se posto. Et quì ancora dico quel numero esser posto sopra l'vltima figura del partitore, ouero, sopra qual si voglia altra, che esprime dalla figura scritta sopra quella, & da tutte l'altre verso la parte fini-

In che modo vn numero si partisca per più figure.

Qual numero si dica esser posto sopra qual si voglia figura

del partitore.

finistra, se ve ne sono, si come nel dato essempio, sopra la figura 4. vi è posto il numero 18. & sopra il 9. il numero 1832.) il quale è qui 18. auuertendo però,

42
686
1832487 (3
469

che nõ sempre si deue porre nel Quotiente quella figura di tante vnità quante volte l'vltima figura del partitore si contiene nel numero soprapposto a quella; mà diligentemente si deue hauer cura di porui tal figura, che moltiplicata per tutto il partitore con quell'ordine, che hor hora, diremo, produce vn tal numero, che si possa sottrare dal numero soprapposto al partitore, & sotratto lasci vn numero (se pur ne lascierà qualcheduno) minore del partitore. Si che, (per venire all'essempio proposto) ancorche l'vltima figura del partitore, che è 4. si contenga nel soprapposto numero 18. quattro volte, nondimeno perche la figura 4. moltiplicata per tutto il partitore, produce vn numero maggiore, che 1832. il qual'è posto sopra tutto il partitore, di sorte, che dal num. soprapposto non si possa quel numero prodotto sottrare, non pongo altrimente 4. nel Quotiente, ma 3. Et se questa figura 3. moltiplicata in tutto il partitore, producesse ancor maggior numero, che 1832. porrei 2. in luogo del 3. Et se la figura 2. moltiplicata per il partitore, producesse ancor maggior num. porrei 1. Et così sẽpre scemarò la figura del Quotiẽte d'vna vnità, fin ch'ritroui vna figura, che moltiplicata per il partitore produchi vn num. che si possa cauare dal soprascritto num.

In che modo si debba moltiplicara la figura del

Ma la figura del Quotiente trouata, così si deue moltiplicare, in tutto il partitore. Primieramente si deue moltiplicarla per l'vltima figura del partitore, & leuare questo prodotto dal nu-

me-

mero posto sopra quella vltima figura, scancellando però prima quella figura del partitore, insieme co'l numero, dal quale s'è fatta la sottrattione. Dipoi s'hà da moltiplicare nella figura penultima del partitore, & il numero prodotto leuare dal numero posto sopra la penultima figura del partitore, come prima. Et in questo modo s'hà da moltiplicare in tutte le figure del partitore, &c. Come nel nostro essempio 3. via 4. fa 12. il qual numero così si sottrarrà dal numero 18. soprapposto. Leuando 2. dal 8. riman 6. Scancellata dunque la figura 4. del partitore, & la figura 8. del numero, che si partisce, ripongo 6. sopra 8. Leuato di più 1. da 1. riman nulla. Dunque scancello 1. Dipoi 3. via 6. fa 18. che dal numero 63. sopraposto si sottrarrà in questa maniera. La distanza del 8. dal 10. (perche 8. da 3. non si può cauare) è a 2. aggiongo 3. & fò 5. che pongo sopra il 3 scancellata prima la figura 6 dal partitore; insieme cō la figura 3. del numero, che si partisce. Ma subito aggiongo 1. (per amor della distanza dal 10. dalla quale s'è fatta mentione) all' 1. (cioè alla dicina del numero 18. che si sottrae) & fò 2. che cauato dal 6 rimā 4. il qual ripongo sopra il 6. scancellata prima la detta figura 6. Vltimamente 3. via 9. fa 27. il qual numero in questo modo s'ha da leuare dal soproscritto numero 452. La distāza del 7. dal 10. (perche il 7 dal 2. non si può sottrarre) è a 3. aggiongo 2. & fò 5. che pongo sopra il 2. scancellata prima, la figura 9 del partitore, & la figura 2. del numero, che si diuide. Ma subito aggiongo 1 al 2. (cioè alle dicine del numero 27. che si sottrae) per cōto della detta distāza dal 10. & fò 3. che sottratto dal 5. (cioè dalla seconda figura del numero 452. dal quale si fa la sottrattione) riman 2. Pongo dunque 2. sopra 5 scancellata

Quotiente, ritrouata per il partitore.

pri-

prima la detta figura 5. Et così s'hauerebbe da seguitare di man in mano, se si trouassero più figure nel partitore. Sarà dunque in questo modo finita vna operatione della diuisione, & rimarrà questo numero 425487. come vedi nel soprapposto essempio.

Portato dipoi il partitore più auanti nel precedente luogo di maniera, che ciascuna figura del partitore muti vn luogo solo, come quì vedi, m'accorgo, l'vltima figura del partitore, cioè il 4. contenersi noue volte nel numero 42. soprapposto. Onde pongo 9. doppo la figura 3. ritrouata nella prima operatione, si come nell'essempio seguente si vede, & dico 9. via 4. fa 36. il qual numero così cauo dal numero 42. soprapposto. La distanza del 6. dal 10. (perche 6. dal 2. non si può leuare) è 4. aggiongo 2. & fò 6. che pongo sopra il 2. scancellata prima la figura 4. nel partitore, insieme con la figura 2. nel numero, che si partisce: Et aggiongo 1. al 3. (cioè alle dicine del numero 36. che sottrarremo) (Per amor della detta distanza dal 10.) & fò 4. che leuato dal 4. nulla auanza. Scancello dunque 4. & di nuouo dico 9. via 6. fa 54. Leuato dunque 4. dal 5. riman 1. & leuato ancora 5. dal 6. resta ancora 1.

42
655
1832487 (3
4699
49

Perilche scancellata la figura 6. nel partitore, insieme con le figure 5. & 6. nel numero, che si diuide, pongo sopra ogn'vna di quelle la figura 1. Finalmẽte 9. via 9. fa 81. ilquale così cauaremo dal numero 114. soprapposto. Leuato 1. dal 4.

1
63
421
6553
1832487 (390
469999
4666
44

riman

riman 3. pongo dunque 3. sopra il 4. scancellata la figura 9. nel partitore, & la figura 4. nel numero, che si diuide: Ma la distanza dal 8. à 10. (perche 8. dal 1. non si può leuare) e a 2. aggiongo 1. & fò 3. che pongo sopra la figura 1. scancellata prima detta figura 1. Et per amor della detta distanza del 10. leuo 1. dal 1. & niente m' auanza. Scancello dunque 1. & così sarà finita la seconda operatione della Diuisione: & il numero, che rimane sarà 3387. si come nell'essempio è chiaro.

Di nuouo portato auanti il partitore nel prossimo luogo si come nell' essempio prossimo si vede, si che la figura 9. sia posta sotto 8. ma 6. sotto 3 & 4. sotto 3. veggo l'vltima figura del partitore, qual'è 4. ne anco vna volta si cõtiene nel numero soprapposto. Onde pongo o. doppo la figura 9. già ritrouata, & scancello il partitore. Imperò così sarà finita la terza operatione, & rimarrà il medesimo numero 3387. che restò nell'operatione passata.

Vltimamente portato auanti il partitore nel primo luogo, si come nel medesimo essempio prossimo è manifesto, ritrouo l'vltima figura 4. del partitore contenersi nel numero soprascritto 33. solamente sette volte perche se si pigliasse otto volte, non si potrebbe dal numero

1
631
42153
655364
1832187 (3907. $\frac{104}{469}$
469999
4666
44

soprapposto fare la sottrattione di tutti li numeri, che dal 8. in tutto il partitore si producono.

Onde

Onde pongo nel Quotiente la figura 7. doppo l'altre figure ritrouate, come in questo essempio si vede, & dico 7. via 4. fa 28. che dal numero 33. in questo modo si caua. La distanza dal 8. al 10. (perche 8. dal 3. non si può cauare) e a 2. aggiongo 3. & fò 5. Scancellata dunque la figura 4. nel partitore, & la figura 3. nel numero, che si diuide, pongo 5. sopra il 3. & per conto della detta distanza dal 10. aggiongo 1. a 2. cioè, alle dicine del numero 28. che si caua, & fò 3. che leuato dal 3. nulla auanza. Onde scancellata la figura 3. di nuouo dico 7. via 6. fa 42. che dal numero sopraposto 58. così cauaremo. Sottratto il 2. dal 8. riman 6. Scancellata dunque la figura 6. nel partitore, & la figura 8. nel numero, che si partisce, pongo 6. sopra 8. Et leuato 4. dal 5. riman 1. Scãcellata dunque la figura 5. pongo 1. sopra essa figura 5. & finalmente dico 7. via 9. fa 63. che dal numero 167. soprapostо in questo modo si caua. Leuato 3. dal 7. auanza 4. Scancellata dunque la figura 9. nel partitore, & la figura 7. nel numero, che si diuide, pongo 4. sopra 7. Dipoi cauato 6. dal 6. rimã o. Scancellata dunque la figura 6. pongo o. sopra quello. Et così è finita tutta la diuisione, & rimane questo num. 104. che si douerà collocare doppo il Quotiente 3907. sopra il partitore 469. & tirare vna linea tra di loro, acciò si faccia vn numero rotto, cioè, parti 104. di 469. parti, nelle quali s'intende qualche cosa intiera esser stata diuisa. Nel medesimo modo nell'altre diuisioni si pone quello, che resta, sopra il partitore, tirata vna linea tra di loro, acciò si faccia vn numero rotto.

Che cosa si habbia da fare del numero che resta dalla diuisione.

Che sia da farsi quãdo si pro-

Anzi ogni volta, che vn numero minore si propone da douersi partire per vn maggiore, douera porre il numero, che si partisce sopra il par-

partitore, tirata la detta linea tra di loro, acciò si faccia vn numero rotto. Come se si douesse partire 48. scudi in 60. soldati si farà questo numero rotto, che quì vedi esser posto: $\frac{48}{60}$ Che se ogn'vno pigliarà 48. parti delle 60. nelle quali s'intende vno scudo essere partito. Ma che cosa sia numero rotto, & in che modo si troui il suo valore, tanto nelle monete, quanto nelli pesi ouero misure, secondo che il numero che si diuide, significa moneta, ouero peso, ò misura diremo quando trattaremo de i numeri rotti.

pone vn numero minore da partire per vn maggiore.

Sono alcuni, che in altro modo moltiplicano la figura del Quotiente, ritrouata in tutto il partitore. Imperoche prima moltiplicano quella per la prima figura del partitore, & il prodotto cauano dal numero soprapposto à quella figura. Doppo la medesima moltiplicano per la seconda figura del partitore, & così di mano in mano per le altre fino à tanto, che arriuino all'vltima, e li numeri prodotti leuino dalli numeri soprapposti. Come se s'hà da partire il numero 3387. per 469. (si come nell'vltima operatione dell'essempio passato è stato fatto) doppo che hanno ritrouato l'vltima figura del partitore, cioè 4. contenersi 7. volte nel soprapposto numero 33. (perche otto volte non vi può entrare, si come hauemo detto poco fà) posto che hanno nel Quotiente la figura 7. non dicono 7. via 4. fa 28. come facemmo noi, ma 7. via 9. fa 63. il qual numero così sottraggono dal soprapposto numero 3387. Leuato il 3. dal 7. riman 4. Scancellata dunque la figura 9. nel partitore & la figura 7. nel numero, che si diuide, pongono 4. sopra il 7. Di più leuato

In che modo alcuni moltiplichino la figura del Quotiente ritrouata nel partitore.

```
10
2924
3387 (7
469
```

6. dal

6. dal 8. riman 2. che pongono sopra l' 8. prima scancellato. Dipoi di nuouo dicono 7. via 6. fa 42. che così cauano dal soprapoſto numero 332. Leuando 2. dal 2. riman nulla. Scancelata dunque la figura 6. nel partitore, insieme con la figura 2. nel numero, che si partisce, pongono il 0. sopra il 2. Et perche 4. cioè, l' altra figura del numero prodotto 42. non si può cauare dal 3. pigliano la distanza di 4. à 10. cioè 6. alla quale aggiongo 3. & fanno 9. che scriuono sopra il 3. prima scancellato: Ma per amor della distanza detta dal 10. cauo 1. dall'vltima figura 3. & pongo 2. sopra 3. scancellata prima la figura 3. Finalmeute dicono 7. via 4. fa 28. Leuato dunque 8. dal 9. riman 1. che scriuono sopra 9. scancellata prima la figura 4. nel partitore, insieme con la figura 9. nel numero, che si diuide. Di più leuato 2. dal 2. riman nulla. Et così sarà finita l'operatione. In questo modo spesso auuiene, che non si scriuono tante figure sopra il numero, che si diuide, quante se ne pongono in quel primo modo, quando la figura del Quotiente si moltiplica per l' vltima figura del partitore, & poi per la penultima, &c. come di sopra hauemo dichiarato. Il che con li esséplj esperimentarai. Ma quel primo modo appresso gl'Aritmetici, & mercãti è più in vso, & anco più facilméte in quello si può correggere l'errore, se per sorte si fusse posta vna figura nel Quotiente troppo grãde, come adesso insegnaremo.

In che consiste la difficultà del partitore.

Inteso bene questo essempio, che habbiamo dichiarato, nissuna difficultà s'hauerà nel partire, qualunque numero per vn' altro di quante figure si voglia. Perche tutta la fatica pare, che stia in conoscere, quante volte l' vltima figura del partitore nel numero soprascritto si debba pigliare, accioche questa figura del Quotiente, molti-

plica-

plicata in tutte le figure dal partitore, facia vn numero, che dal numero sopraſcritto ſi poſſa ſottrarre, & che quel numero, che auanza doppo queſta ſottratti one, ſia minore del partitore.

Quãdo per il Quotiẽte è pigliata vna figura troppo picciola ò grande, che coſa ſi debba fare.

Che ſe alcuna volta auuerrà, (il che ſpeſſo ſuole accadere à quelli, che non ſono molto eſſercitati in queſto meſtiero) che ſi ponga nel Quotiente vna figura tale, che moltiplicata in tutte le figure del partitore, & leuato il prodotto dal numero poſto ſopra il partitore, quel numero, che auanza, ſia maggiore del partitore, ouero, che tutti li numeri prodotti non ſi poſſino ſottrarre; ſe queſto accaderà nel principio della Diuiſione, facilmẽte ſi correggerà l'errore, ſe ſi pigliarà nel Quotiente vna figura maggiore, ò minore, ſecondo ſarà biſogno. Perche all'hora ſi conoſcono ancora bene le figure del numero, che ſi diuide, poſte ſopra il partitore, ancorche ſiano ſcancellate; ſi che facilmente da queſte di nuouo ſi poſſono ſottrarre li numeri prodotti dalla moltiplicatione della nuoua figura del Quotiente, nelle figure del partitore, maſſime ſe le figure ſcancellate di quel numero, che ſi diuide, ſi ſcriueranno di nuouo ordinatamente ſopra l'altre figure ſcancellate, & il partitore ordinatamente ſarà ripoſto ſotto il partitore ſcancellato, acciò le figure ſcancellate non ci diano impaccio. Ma ſe queſto auuerrà nel mezzo dell'operatione, ouero verſo il fine, l'errore non ſi potrà così facilmente emendare, conciosia, che a pena ſi diſtinguono all'hora le figure del numero, che ſi diuide, poſte in quell'operatione ſopra il partitore, dall'altre figure, eſſendo già ſcancellate, & meſcolate con l'altre, & poſte ſopra il numero, che ſi diuide. Onde accioche all'hora non ſiamo forzati a rifare tutta la diuiſione, (il che tutti dico-

no essere necessario) che sarebbe cosa fastidiosissima, & massime, se si fossero finite di fare molte operationi della Diuisione, habbiamo ritrouato questo rimedio, il quale, credo, non poco giouamento recarà a coloro, che in questo essercitio nón sono molto pratici.

Se la figura pigliata nel Quotiente sarà troppo picola, cioè, se il numero rimasto doppo la sottrattione de i numeri, che dalla moltiplicatione di quella figura, in tutte le figure del partitore si producono, sarà maggiore del partitore, sottrarremo il partitore dal numero rimasto tante volte, quante potremo, fin'à tanto, che resti vn numero minore del partitore, & quante volte il partitore sarà sottratto, tante vnità aggiongeremo alla figura del Quotiente. Ma se la figura pigliata nel Quotiente sarà troppo grande, di modo, che doppo la sottrattione di alquanti numeri, che dalla moltiplicatione di quella figura, in alquante figure del partitore si produchino, inciampiamo in alcun numero prodotto, che più non possiamo sottrarre, moltiplicaremo quella figura del Quotiente nelle figure scancellate del partitore, cioè, li prodotti delle quali già sono stati sottratti, & scriueremo li numeri prodotti per ordine, sopra quelle figure del partitore, aggiontoli prima le figure del numero che auanzò, scancellandole però. Perche in questo modo si restituirà il numero, che prima era posto sopra il partitore auãti quella operatione. Per la qual cosa di nuouo lo partiremo per il partitore, (rinouandolo prima però, quanto alle figure scancellate, acciò non faccino confusione) pigliando vn'altra figura nel Quotiente, che sia d'vn'vnità minore di quella, che s'era pigliata prima. E se questa figura ancora sarà troppo

po

po grande, restitueremo nel medesimo modo il num. posto sopra il partitore, & pigliaremo vn' altra figura minore. Et questo faremo tante volte, finche trouaremo vna figura, che moltiplicata in tutte le figure del partitore, produchi tali numeri, che si possino sottrarre, & che lascino vn residuo minore del partitore. Ma tutte queste cose se faranno più chiare con questo essempio.

Essempio del correggere, quando la figura del Quotiēte è stata pigliata troppo piccola.

HABBIASI da partire il numero 1623149. per 1899. Posto il partitore sotto il numero, che si diuide, imaginiamoci, che qualch' vno poco pratico hauesse pigliato nel Quotiente la figura 4. Onde se diremo 2. via 4. fa 8. che cauato (nel modo, c'habbiamo insegnato nell' essempio passato) dal 16. rimane 8. Doppo 4. via 8. fa 32. che leuato da 82. riman 50. Di nuouo 4. via 9. fa 36. che cauato del 503. resta 467. Finalmente 4. via 9. fa 36. che leuato da 4674. riman 4635. il qual num. è maggiore del partitore. Adūque è troppo piccola la figura 4. Onde cassato questo auanzo 4635. insieme cō la figura 4. pigliata: porremo queste figure 16231. che nel numero, che si diuide, scācellate sono, sopra l' altre figure scancellate, & rinouato il partitore scācellato, lo metteremo sotto il partitore, come si vede essere stato fatto in questo essempio. Et così sarà restituito tutto il numero, che si diuide 1623149. insieme co'l partitore, come se ancora nō fosse stata cominciata la diuisione. Porremo adunque la figura 5. d' vn' vnità maggiore, che'l 4. nel Quotiente, si come tù vedi in quest' altro essempio, &

```
  4
 563
8875
1623149 (4
2899
```

```
   6
  423
 5931
18878
1623149 (4
2899
2899
```

E dire-

diremo 5.via 2.fa 10.che leuato dal 16.riman 6. Scancellata dunque la figura 2.nel partitore, & la figura 1. nel numero, che si diuide che significa 10. rispetto della figura 6. diremo di nuouo 5.via 8. fa 40. che cauato dal 62.resta 22. Di più 5.via 9.fa 45.che leuato dal 223.riman 178.Finalmente 5. via 9 fa 45. che cauato dal 1781. resta 1736. il qual numero è minore del partitore; Adunque bene è stata presa la figura 5.

```
      1
     23
    578
   4236
   5631
  18278
 1613149   (45
  28999
   2899
    289
```

Essempio del correggere quando la figura del Quotiente è stata pigliata troppo grãde.

MA acciò tù habbia ancor vn'essempio,quando la figura sarà pigliata troppo grande presupponiamo,nel Quotiente del medemo essépio esser stata posta la figura 6. Questa moltiplicata per 2. fa 12. che cauato dal 16. riman 4. Di poi perche 6.via 8. fa 48. che dal 42 non si può cauare,seguita,che la figura 6. pigliata è troppo grande. Per il che scancellato questo resto 4. insieme con la figura 6. pigliata, riporremo le figure 1. & 6.del numero,che si diuide, scancellate sopra le medesime figure, & la figura 2. scancellata nel partitore sotto quella; affin che si restituisca tutto il numero, che da principio è proposto per partirlo insieme co'l partitore,come se la Diuisione non fosse ancora cominciata, come si vede esser stato fatto nel proposto essépio.

```
      4
 1613149   (6
   2899
```

```
      6
     14
 1623149   (6
   2899
      2
```

nio. Porremo dunque nel Quotiéte, come in quest' altro essépio è manifesto, la figura 5. d'vna vnità minor del 6. diremo 5. via 2. fa 10. che sottratto dal 16. riman 6. cancellata dunque la figura nel parititore & la figura nel numero, che si diuide, che significa 10. rispetto della figura 6. di nuouo diremo 5. via 8. fa 40. che cauato dal 62. resta 22. & 5. via 9 fa 45. che cauato dal 223. rinan 178. Finalmente 5. via 9. fa 45. che cauato da 1781. riman 1736. Si hà potuto adunque sottrarre tutti li numeri prodotti, & è rimasto vn numero minore del partitore. Per il che bene è stata pigliata nel Quotiente la figura 5. Da quel che s'è detto, facilmente puoi intendere, che s' habbia à fare, quãdo nel principio della Diuisione viene ad esser pigliata vna figura troppo picola, ò troppo grande. Adesso stà attento in che modo l'errore si corregga, quando è pigliata nel mezzo della Diuisione vna figura nel Quotiente troppo grande, ò troppo piccola.

1
2
63
14786
1623149 (65
2899
2

PROMOVASI adunque il partitore nell' essempio superiore, doue nel principio della Diuisione fù pigliata la figura 4. troppo piccola: come si vede nella terza rinouatione del medesimo essempio. Et imaginiamoci l'vltima figura del partitore 2. nel soprapposto numero 17. contenersi sette volte, & perciò nel Quotiente douersi doppo la figu-

1
233
678
4236
5634
18078
1623149 (457
28999
2899
289

 ra 5.

ra 5. ritrouata scriuere 7. Il che presupposto, diremo 2. via 7. fa 14. che cauato dal 17. riman 3. che scriuono sopra il 7. Scãcellata prima la figura 2. nel partitore, insieme con le figure 7. & 1. nel num. che si diuide. Doppo di nuouo diremo 7. via 8. fa 56. che dal 33. non si può cauare. Adunque la figura 7. pigliata è troppo grãde. Acciò adunque si restituisca il num. 17. dal qual' è stata fatta la sottrattione, se già tra tãte figure scãcellate tù nõ lo riconoscessi, s'hà da moltiplicare la figura 7. pigliata per la figura 2. scancellata nel partitore, & al prodotto aggiongere la figura 3. posta sopra la detta figura 2. del partitore. Come dire, perche 7. via 2. fa 14. se gli s'aggiõge 3. fa 17. Scãcellata dũque la figura 3. scriueremo sopra di quella il num. 7. & sopra la figura 1. scãcellata poremo 1. di nuouo. Et così sarà restituito il num. 17. dal quale è stata fatta la sottrattione, come si vede nel proposto essempio

1
17
233
678
4236
5631
18075
1623149 (757
28990
2899
287
2

Posta dipoi la figura 2. sotto la figura 2 scãcellata nel partitore, acciò si restituisca il partitore ancora come in questo essẽpio medesimo è manifesto, imaginiamoci l' vltima figura 2. del partitore esser cõtenuta nel 17. non sette volte, ma sei volte; & per questo scãcellata la figura 7. da douersi porre nel

15
175
233
6782
4236
5631
18375
1623149 (4576
28999
2899
289
2

Quotiēte la figura 6. come in questo altro essempio anco si vede. Il che presupposto, diremo 6. via 2.fa 12.che sottratto dal 17. riman 5. Scācellata dunque la figura 2.nel partitore,insieme con le figure 7.& 1.nel num. che si diuide,scriueremo 5.sopra 5.& diremo 6.via 8.fa 48.che cauato dal 53.rimā 5.Scācellata dunque la figura 8. nel partitore, insieme cō le figure 3.& 5. nel num. che si diuide,scriueremo 5.sopra 3.& di nuouo diremo 6.via 9.fa 54.che sottratto dal 56. riman 2.Scancellata dunque la figura 9. nel partitore, insieme co'l num.56. nel num. che se diuide, porremo 2. sopra 9. & finalmente diremo 6. via 9. fa 54. che dal 24.nō si può cauare. Adunque la figura 6. nel Quotiēte è troppo grāde ancora. Per la qual cosa, acciò sappiamo, che numero fù posto sopra il partitore, auanti che cominciamo questa operatione,moltiplicaremo la detta figura 6. per le figure scācellate del partitore, si come è stato detto,cioè 6.via 9.fa 54.aggiongo 2. che è posto sopra la figura 9.del partitore scancellata,& fò 56. Scancellata dunque la figura 2.scriueremo 6.sopra quella, & riserbaremo 5. Doppo 6. via 8.fa 48.aggiontoli 5. che hauemo riserbato,fa 53.Scriueremo dunque 3. sopra il 5. & riserbaremo 5.Vltimamēte 6. via 2. fa 12. aggiontoli 5.che hauemo riserbato,fa 17. che porremo sopra il 15. e così sarà restituito il numero, che auanti questa operatione era posto sopra il partitore. Rifatte dipoi similmēte le tre figure 2.8.9.scācellate nel partitore,

17
153
175
1336
6782
4236
5631
18075
1622149
28999
2899
289
289
2

& scancellata la figura 6. nel Quotiente, poniamo 5. in luogo di quella, come si vede in quest' altro essempio. Et perche 5. via 2. fa 10. che cauato dal 17. riman 7. scancellaremo la figura 2. nel partitore, insieme con la figura 1. nel numero, che si diuide, che significa 10. rispetto della figura 7. & diremo 5. via 8. fa 40. che sottratto dal 73. riman 33. Scancellata dunque la figura 8. del partitore, insieme con la figura 7. nel numero, che partiamo, scriueremo 3. sopra quella & di nuouo diremo 5. via 9. fa 45. che cauato dal 336. rimane 291. Scancellata dunque la figura 9. del partitore, insieme co'l numero 336. nel numero, che diuidiamo, porremo in luogo di quello 291. & vltimamēte diremo 5. via 9. fa 45. che sottratto dal 2914 rimā 2869 il qual numero è minor del partitore. Adunque ben è stata pigliata la figura 5.

```
      2
     38
    179
   1536
   1571
   2336
   6782
   4236
   5631
 180759
1623149 (45765
 289999
  28999
    289
    289
    228
```

FINALMENTE trasportato il partitore nel prossimo luogo, cioè, nell'vltimo si come nel precedente essempio tù vedi, imaginiamoci l'vltima figura 2. del par-

```
      8
     19
     24
    384
   1790
   1536
   1751
   2336
   6782
  42360
  56316
1807596
1623149 (457657
 289999
  28999
    289
    289
    225
```

partitore, esser cōtenuta nel soprascritto num. 28. sette volte. Posta dunque la figura 7. nel Quotiente, come tù vedi nel proposto essempio, diremo 7. via 2. fa 14. che cauato dal 28. riman 14. & 7. via 8. fa 56. sottratto dal 146. riman 90. & 7. via 9. fa 63. che sottratto dal 909. riman 846. & 7. via 9. fa 63. che cauato dal 8469. riman 8406. il qual numero è maggiore del partitore. Laōde la figura 7. pigliata è troppo piccola. Per il che sottrarremo il partitore dal detto resto, quante volte potremo, & scriueremo nel Quotiente vna figura di tante vnità maggiore, del 7. quante volte il partitore sarà sottratto. Così però sottrarremo il partitore in questo seguente essempio, se prima il partitore sarà restituito. Cauato 2. dal 8. riman 6. & cauato 8. dal 64. riman 56. & cauato 9. dal 560. riman 551. Vltimamente cauato 9. dal 5516. riman 5507. il qual numero è maggiore ancora del partitore. Di nuouo dunque cauato 2. dal 5. riman 3. & cauato 8. dal 35. riman 27. & cauato 9. dal 270. riman 261. Vltimamente cauato 9. dal 2617. riman 2608. il

```
      1
      3
      5
     66
     87
    195
    346
    384
   1790
  15360
  17511
  23360
  67821
 4236088
  563167
 1808596
 1623149     (4576579
 289999
 289999
   2899
    289
    225
     28
```

qual numero già è minor del partitore. Adunque perche due volte è stato sottrattto il partitore, scriueremo nel Quotiẽte, scancellata prima la figura 7. il numero 9. cioè maggior di 2. vnità, che 7. Si che tutto il num. Quotiẽte è 559. Siamo stati costretti di dichiarare tutta questa cosa con tãti essempij, acciò s'intẽdesse più chiaramẽte quello che rimane in ciascuna operatione, ancorche quest'vltimo solo sia bastante per tutti. Et benche habbiamo dichiarato questo rimedio con tante parole, l'vso nondimeno insegnarà facilmente la cosa esser più breue, & più facile di quello, che con parole si può esprimere.

ADVNQVE se ci seruiremo di questo rimedio ogni volta, che nel Quotiente sarà stata pigliata vna figura maggiore, ò minor di quella, che si deue, è incredibile quãto facilmẽte qualũque num. si partirà per qual si voglia altro num. Perche cõ questo rimedio nõ è necessario, che siamo tanto solleciti, qual figura in qual si voglia operatione, nel Quotiẽte scriuer dobbiamo: poiche facilmẽte, & quasi senza alcuna fatica l'errore, se alcuno ne sarà stato fatto, potremo correggere cõ questo rimedio. Si che questo modo di partire, che fin quì insegnato habbiamo, è tra tutti gl'altri, che sogliono esplicarsi d' altri Autori il più eccellẽte il più migliore, & più ispedito; & perciò, chi desidera esser'eccellente nell'arte di cõtare, deue porre grã cura, & diligẽza d'essercitarsi in quello.

In che modo gl'altri faccino la diuisione.

PEROCHE se bene alcuni moltiplicano la figura posta nel Quotiẽte per tutto il partitore, & il numero prodotto scriuono sotto il partitore, ponẽdo la prima figura sotto la prima, & la secõda sotto la secõda, &c. per cauarlo dal numero posto sopra il partitore, la qual cosa senza dubbio è certa, & facile nientedimeno fa la diuisione

più

più lunga del douero, & non poco ritarda colui, che partisce. Peroche à partire, verbi gratia, questo numero 40689. per 1298. doppo che nella prima operatione hanno posto nel Quotiente la figura 3. moltiplicano quella per il partitore, prima però per l'8. dicendo 3. via 8. fa 24. Per il che scriuano 4. sotto l'8. & saluano 2. Doppo 3. via 9. fa 27. aggiontoli 2. ch'era saluato, fa 29. Posto adunque 9. sotto il 9. serbano 2. &c. Doppo questo, scancellato il partitore, leuano 4. dal 8. & pongono il resto 4. sopra l'8. scancellate prima le figure 4. & 8. &c. Portato poi inanti il partitore, vanno seguitando nel medemo modo. Il che noi più breuemẽte fatto hauemo, non scriuendo il numer. prodotto sotto il partitore. Ha nientedimeno questo modo, questa commodità, che dall'istessa operatione facilmente s'intende, se la figura pigliata nel Quotiente è troppo grande, ò nò. Percioche se il numero prodotto dalla moltiplicatione di quella figura il partitore si potrà sottrare dal numero posto sopra il partitore, & ne lasciarà vn numero minore del partitore quella figura sarà stata pigliata bene: se non senza dubio s'hauerà errato.

```
   45
 1741
40689 (31
12988
 3899
  129
```

La cõmodità del partire in questo modo.

CHE altri ancora moltiplicano prima il partitore per tutte le figure significatiue, scriuendo ciascun numero prodotto appresso la figura moltiplicante, affin che tra quelli numeri prodotti cerchino il numero posto sopra il partitore, & quello ritrouato, ouero se non si ritroua, pigliato il minore più propinquo, põghino la figura moltiplicãte scritta appresso quel numer. nel Quotiẽte, & il numero pigliato sottraggano dal numero

posto

posto sopra il partitore, è cosa ancora facile, & commoda, massime alli principianti, & poco essercitati in quest'arte, ma troppo lunga, & fastidiosa. Imperoche à partire, per essempio questo numero 97086. per 37. pongon'il partitore appresso l'1. dipoi il medesimo dopiato appresso il 2. & triplicato appresso il 3. &c. Doppo tra questi numeri cercano il numero 97. posto sopra il partitore, il quale perche non ce lo ritrouano, pigliano 74. che è minore, & più vicino, & la figura 2. incontro di quello posto scriuono nel Quotiente, & leuano 74. dal 97. scriuendo il rimanente numero 23. sopra il 97. scancellate prima le figure 7. & 9. insieme co'l partitore. Dipoi promosso il partitore, ricercano tra li medesimi numeri, questo numero 230. posto sopra il partitore, il quale non ritrouato, pigliano 222. che è minore, & più vicino, & pongono la figura 6. incontra di quello posta nel Quotiente, & finalmente il numero 222. sottragono dal 230. Et in questo modo seguitando, finiscono tutta la diuisione. Ma chi non vede, che la diuisione in questa maniera si tira più in lungo, che non sarebbe il douere, & massime, se il partitore si scriuerà con quattro, cinque, ouero più figure?

```
 23
97086 (26
377
  3
```

37	1
74	2
111	3
148	4
185	5
222	6
259	7
296	8
335	9

Come'l si facci la partitione per Dãda.

MI piace (nientedimeno) grandemente vn'altro modo di partire, chiamato da Italiani, per Danda, il quale è sicurissimo; Imperoche subito si può emendare l'operatione, se fosse pigliata nel Quotiente vna figura troppo grande, ò troppo piccola: & non si cassano le figure del numero,

mero, che si diuide. Il modo è questo, alquanto differente da quello, che gl'altri vsano, ma più commodo. Habbiasi, verbi gratia, da partire il numero 1904639 per 2978. Posto il numero cō la linea corta (. scriuasi il partitore sopra il luogo, doue si

```
                (2978
                (
     1904639    (639 1697/2978
     1178 ::
     2849.
     1697
```

hà da porre il Quotiente, acciò la moltiplicatione si facci più facilmente. Dipoi sotto il 6. doue starebbe la prima figura 8. del partitore, se s'hauesse da scriuere sotto il numero, che si diuide, come nell'altro modo del partire si faceua, si mette vn ponto per sapere doue si hà da cominciare la sottratione. Dicendo adunque 2. (cioè, l'vltima figura del partitore) nel 19. entra 6. volte (perche 9. ò 8. ò 7. sarebbe troppo) si pone nel Quotiente 6. Et si dice, 6. via 8. fa 48. cauando 8. da 6. non si può, ma andando à 10. ce ne vanno 2. & giungendo 6. si fanno 8. che si scriuono sotto il 6. & si ritiene in mente 5. cioè 4. per li 40. & 1. per li 10. in oltre 6. via 7. fa 42. & aggiōtoci 5. che ritenemmo, fanno 47. cauando 7. da 4. non si può, ma insino à 10. habbiamo 3. che con 4. fanno 7. che si scriue sotto il 4. & riteniamo 5. per conto delli 40. & 10. Di più 6. via 9. fa 54.

```
                 2978
     1904639    (639 1697/2978
     ...
     1178..
     2849.
     1697
```

& aggiontoci 5. ritenuti, fanno 59. Cauando 9. da 0. non si può, ma insino à 10. habbiamo 1. che si

scri-

scriue sotto il o. & si ritiene 6. per conto delli 50. & 10. vltimamente 6. via 2. fa 12. che con 6. riseruati, fanno 18. che cauati dal 19. rimane 1. che si scriua sotto il 9.

Fatto questo, si mettono sotto il 3. due ponti, acciò sotto quelli si cominci la sottratione. Et si dice 2. 11. entra tre volte, perche 5. & 4. sarebbe troppo, & nel Quotiente si pone 3. che si moltiplica con tutto il partitore, come prima, cioè 3. via 8. fa 24. Cauando 4. dal 3. non si può, ma insino à 10. habbiamo 6. che con 3. fanno 9. che si scriue sotto il 3. & si tiene 3. per conto delli 20. & 10. Di più 3. via 7. fa 21. che con 3. seruati fanno 24. Cauando 4. dal 8. restano 4. per mettere sottto l'8. & si ritiene 2. per li 20. In oltre 3. via 9. fa 27. che con 2. riseruati, fãno 29. Cauãdo 9. dal 7. nõ si può, ma insino à 10. n'habbiamo 1. che cõ 7. farà 8. da mettersi sotto il 7. & si riseruerà 3. per amor delli 20. & 10. Finalméte 3. via 2. fa 6. che cõ 3. riseruati, fãno 9. che da 11. cauati lascian 2. da porsi sotto l'1.

Finito questo, si mettono tre ponti sotto il 9. acciò sotto quelli si cominci à sottrare. Et perche 2. in 28. entra 9. volte, si porrà 6. nel Quotiente, & si dice 9. via 8. fa 72. Cauando 2. dal 9. restano 7. che si pongono sotto il 9. & si riseruano 7. per conto delli 70. Dipoi 9. via 7. fanno 63. che con 7. seruati, fanno 70. Cauando o. dal 9. restano 9. da scriuersi sotto il 9. & si riserua 7. per amor delli 70. In oltre 9. via 9. fanno 81. che con 7. riseruati fanno 88, cauando 8. dal 4. non si può, ma insino à 10. n'habbiamo 2. che con 4. fanno 6. da scriuersi sotto il 4. & si ritengono 9. per conto delli 80. & 10. Vltimamente 9. via 2. fanno 18. che con 9. riseruati fanno 27. che sottratti dal 28. lasciano 1. da mettersi sotto l'8. Et così tutto il Quotiente sarà 639. & il residuo sarà 1697.

Di

Di maniera,che come vedi,tutta la difficoltà in questo modo consiste in tenere à memoria le dicine,che si riseruono. Et in vero questo modo è bellissimo,perche si vede distintamente il residuo di ciascuna operatione; si che, quando fosse pigliata vna figura troppo grande,ò troppo piccola, subito si può cassare quella insieme co'l residuo falso, & pigliarne vn'altra.

Prima proua della Diuisione per la regola del 9.

Resta,che mostriamo,come si fa la proua della Diuisione la qual proua è di tre sorti. La prima si fa co'l buttar via il 9.in questo modo. Buttato via il 9.dal partitore,quãte volte si può,come nel capitolo del raccorre habbiamo insegnato,pongasi quello ch'auanza, nella sinistra parte della croce. Di più buttati via li 9.dal Quotiẽte,quãte volte si può,põgasi quel ch'auãza,nella destra parte della croce. Moltiplicati dipoi questi due num.residui tra di loro,& dal prodotto buttati via li 9. quãte volte si può,pongasi questo resto,se nella Diuisione non è auãzato nulla,nella suprema parte della croce.Ma se sarà auãzato qualche num. nella Diuisione, s'hauerà d'aggiongere quell'vltimo resto con le figure di questo auãzo della Diuisione; leuãdo però sẽpre li 9. & porre quel ch'auãza nella parte superiore della croce.Vltimamẽte leuati li 9.dal num.che si partisce, quãte volte si può pongasi quel ch'auanza,nella parte di sotto della croce. Perche se questo resto sarà vguale a quel resto, che fù posto nella parte di sopra della croce, bene sarà stata fatta la Diuisione, altrimente male.

Si che questa Diuisione qui posta, si prouarà, così. Buttati via li 9.dal partitore 23.riman 5.& leuati li 9.dal Quotiente 176.rimane ancora 5.& moltiplicati questi resti 5.& 5.tra di loro fãno 25 del quale se si leuano li 9.riman 7. il quale,perche

nella Diuisione non è auanzato niente, pongo nella parte superiore della croce. Et perche leuati li 9. dal numero 4048. che si partisce, rimane ancora 7. seguita, che la Diuisione è stata fatta bene.

1
131
293
4048 (179
2333
22

7
5 X 5
7

Ma quest'altra diuisione quì posta in questo modo, si prouarà. Leuati li 9. dal partitore 236. riman 2. Leuati ancora li 9. dal Quotiente 193. riman 4. Moltiplicati questi resti 2. & 4. tra di loro fanno 8. dal quale non si possono leuare li 9. Questi 8. dunque si douerebbe porre sopra la croce, se non fosse auanzato niente nella Diuisione; ma perche auanzò 130. diremo 8. & 3. fanno 11. leuati li 9. riman 2. aggiongo 1. & fò 3. da douersi porre sopra la croce. Et perche leuati li 9. dal numero 45678. che è partito, resta ancora 3. sarà perciò stata fatta ben la Diuisione.

1
2
183
434
22080
45678 (193
23666
233
2

3
2 X 4
3

La seconda proua si fa co'l buttar via il 7. come habbiamo insegnato nel capitolo del raccorre, pur che dal resto della Diuisione, se vi sarà nel medesimo modo si leuino li 7. & l'auãzo s'aggionga à quell'auãzo, che nella proua del 9. habbiamo detto di douersi aggiongere all'auanzo della Diuisione, & della somma raccolta si leuino li 7.

Come

Come per essempio. La prima delle due prossime Diuisioni, così si prouerà. Buttati li 7. dal partitore 23. riman 2. & leuati li 7. dal Quotiente 176. riman 1. & moltiplicati questi resti 2. & 1. tra di loro fanno 2. da douersi porre sopra la croce. Et perche leuati li 7. dal nu. 4048. che è partito, rimane ancora 2. sarà per questo fatta bene la Diuisione.

2
2 X 1
2

Ma la seconda Diuisione in questo modo si prouarà. Leuati li 7. dal partitore 236. riman 5. & leuati li 7. dal Quotiēte 193. auāza 4. & moltiplicati tra di loro questi due resti 5. & 4. & dal prodotto 20. leuati li 7. riman 6. il quale se niente fosse restato nella Diuisione, si douerebbe porre sopra la croce: ma perche auanzò il numero 130, dal quale se si leuarā no li 7. resta 4. che agginto à quell'vltimo resto 6. serbato fa 10. dal quale se si leuarà li 7. restarà 3. da douersi porre sopra la croce: Il medesimo ancora rimane, se dal numero 45678. che è partito, si leuaranno li 7. Adunque bene è stata fatta la Diuisione. Ma l'vna, & l'altra di queste proue può esser fallace, per la ragione detta di sopra.

3
5 X 4
3

Terza proua della diuisione per la regola della moltiplicatione.

La terza proua, che è certa, nè vi può essere inganno alcuno si fa per la moltiplicatione. Perche se il Partitore, & il Quotiente tra di loro si moltiplicaranno, & al numero prodotto s'aggiongerà l'auanzo della Diuisione (se vi sarà) si verrà a fare il numero, che è partito, ogni volta, che nella Diuisione non si sia erato. Di maniera, che l'vltima delle prossime due Diuisioni così si prouerà. Moltiplicato il partitore 236. per il Quo-

il Quotiente 193. auãti, che li numeri prodotti si raccolghino insieme, si scriua sotto quelli il resto della Diuisione, che è 130. cioè, la prima figura sotto il primo luogo, & la seconda sotto il secondo luogo, &c. Perche se racorremo il numero prodotto, & questo auanzo in vna somma, con quel ordine, che habbiamo insegnato nel capitolo della moltiplicatione, si produrrà il numero 45678. che è stato partito.

```
   236
   193
 -----
   708
  2124
  236
   130
 -----
 45678
```

Fà al proposito alcuna volta, auanti che si finisca di diuidere farne la proua.

GIOVA qualche volta, quando fatta qualche operatione della Diuisione, dubiti di non hauer errato in qualche cosa, prouare la Diuisione condotta fin lì, prima che tù vada più auãti in vano, per vedere, se per sorte fosse commesso errore. Prouerai, però quella parte della Diuisione, non altrimẽte, che l'altre Diuisioni, lasciãdo da parte le figure del num. che si partisce, sotto le quali ancora non è posto il partitore. Come in questa Diuisione posta quì, fatta la prima operatione, così la prouerai per la proua del 9. Leuati li 9. dal partitore 2898. riman 0. & leuatili 9. dal Quotiẽte 2. rimã 2. Moltiplicati tra di loro questi due resti 0. & 2. si produce 0. il qual 0. si douerebbe porre sopra la croce, che non fosse auanzato qualche cosa nel partitore; ma perche sono auãzati, 913. s'ha da leuare li 9. da questo resto. Il che fatto, rimã 4. da douersi porre nella parte di sopra della croce. Et altretanto rimane, se si leuano li 9. dal n. 6709. fin quì partito, lasciãdo le figure 456. sotto le quali ancora nõ vi è stato posto il partitore.

```
191
2123
6709456 (2
2898

     4
  0  X  2
     4
```

DE

SE il partitore nel principio hauerà alcuni zeri, facile sarà la Diuisione, se del numero, che si partisce, si leuaranno tante figure dalla banda destra, quanti zeri ha il partitore, & il numero, che resta, si partirà per il partitore, leuate prima quelle cifre: Ma l'auãzo di questa Diuisione, se vi sarà, si deue porre verso la parte sinistra, auanti le figure leuate per far il Numeratore del numero rotto, dal quale il Denominatore sarà tutto il partitore, insieme con li zeri. Et se nella Diuisione non è restato niente, si doueranno mettere le figure leuate in luogo del Numeratore del numero rotto. Come se il num. 13946007693. si debba partir per 38000000. leuaremo da quello queste prime sei figure 007693. dalla parte destra quanti a ponto sono li zeri nel principio del partitore; & il num. restante 13946. partiremo

Facilità di diuidere, quando il partitore nel principio hà alcuni zeri.

```
   2
  275
  456
 13946     (367 7693/38000000
 3888
   33
```

per 38. lasciãdo quei sei zeri, come è stato fatto in questo essempio. Ma perche nella diuisione non è auanzato niente, scriueremo sopra il partitore il numero 7693. che hauemo tolto via; perche quelli due zeri della parte sinistra non significano niente, però si deuono lasciare.

DI più se il medesimo numero 1394007693. si habbia da partire per 300800000. leuaremo da quello queste prime cinque figure 07693. cioè quanti sono li zeri nel principio del partitore, & partiremo il numero restante 139460. per 3008. lasciando quelli cinque zeri, si come è stato fatto in quest'altro essempio.

```
  09
 11142
139160          (46 309207693
 30233              ---------
  300               300800000
```

Ma perche della diuiſione è auanzato queſto numero 1092. ſe quello riponeremo verſo la parte ſiniſtra auanti tutte queſte figure 07693. che dal numero, che ſi diuide, leuammo via, metteremo ſopra il partitore tutto queſto num. 109207693. come nell'eſſempio ſi vede.

DI quì è, che ſe l'vltima figura del partitore ſarà 1. & tutte l'altre zeri, il Quotiente ſarà il numero ſteſſo, che ſi partiſce, leuate prima da quello tante figure verſo la parte deſtra quanti zeri ſono nel partitore; ma il Numeratore del numero rotto ſarà il numero leuato. Come ſe il numero 4780920345. s'habbia da partire per 100000. ſarà il Quotiente 47809. $\frac{20345}{100000}$. Così ancora ſe il num. 9700203. s'habbia da partire per 10000. il Quotiente ſarà 970. $\frac{303}{10000}$. & così di tutti gl'altri.

Si fà alcuna volta facile la Diuiſione, quando il numero, che ſi diuide hà nel principio alcuni zeri.

NE queſto è da laſciare in dietro, che ſe il numero, che ſi partiſce, hauerà alcuni zeri nel principio, & auanti che ſia finita tutta la diuiſione, niſſuna figura ſignificatiua nella diuiſione ſarà auãzata, all'hora deuono porſi doppo il Quotiẽte trouato tutti li zeri del numero, che ſi partiſce, non ancora ſcãcellati. Come ſe ſi hà da partire il numero 1863000000. per 345. perche doppo la ſeconda operatione, niente

```
  110
  338
1863000000     (5400000
  3458
   34
```

te nella diuisione è rimasto, se doppo il numero Quotiente 54. ritrouato si scriueranno li cinque zeri del numero, che si partisce, non ancora scancellati, si farà tutto il Quotiente 5400000. & sarà finita la diuisione.

Il sommare, sottrarre, moltiplicare & diuidere, sono fondamento di tutto quello, che si tratta nell'Aritmetica.

DA queste cose, che detto habbiamo del raccorre, sottrarre, moltiplicare, & il partire li numeri intieri, deponendo tutte l'altre cose, che si trattano in tutta l'Aritmetica, come da principij, & elementi: Di sorte, che in ogni cosa manderà ad essecutione per quelle, & niente altro s'hauerà da commandare, che si faccia per sciogliere qual si voglia questione Aritmetica, fuora di raccorre, sottrarre, moltiplicare, ò partire li numeri. Di maniera, che se alcuno non sarà molto bene essercitato in quelle quattro operationi Aritmetiche, in vano anderà innanzi all'altre cose, che siamo per trattare.



DEL MODO DI NVMERARE
Li Numeri rotti.
Cap. VI.

SI come di sopra habbiamo numerato i numeri intieri, & più numeri propostoci in vna somma raccolto, sottratto l' vno dall' altro, moltiplicatone due qual si voglia tra di loro, & finalmente partito l' vno per l' altro: Così in quel che seguita, ci bisogna fare il medesimo ne i numeri rotti, i quali con altro nome si sogliono chiamare minutie, ò fragmenti.

Che cosa sia Numero rotto, ò minutia, ò fragmēto.

IL numero rotto, ò minutia, ò fragmento, che vogliamo dire, è vna, ò più parti di qual si voglia cosa intiera diuisa in più parti vguali. Come s'alcuno intiero sarà partito in cinque parti vguali, & vno ne pigliarà vna di quelle parti, quella quinta parte si chiamarà numero rotto. Così ancora s' alcuno pigliarà due, tre, ò quattro parti, quelle due, tre, ouero quattro, cinque parti si diranno numero rotto.

Qual sia il Numeratore, & il Denominatore, della minutia.

CIASCVNA minutia contiene due numeri, che nel proferirla s' esprimono. Il primo si chiama Numeratore, perche numera, quante parti contiene il numero rotto di quelle parti, nelle quali è diuiso quel tutto, del quale il numero rotto è fragmento: L' altro si chiama Denominatore, perche da nome à quelle parti del numero rotto, cioè, mostra in quante parti il tutto s' intenda esser partito. Come quando si propone vn rotto, che contenga tre quinte parti, il Numeratore, è 3. perche significa, in quel rotto contenersi tre

si tre parti dell'intiero; Ma il Demominatore è 5. perche mostra, quelle tre parti non essere di qual si voglia sorte, ma quinte parti.

Ogni numero rotto in che modo si scriua, & si pronuntia

OGNI numero rotto si scriue in questo modo. Il Denominatore si pone dirittamente sotto il Numeratore tirando vna linea frà l'vno, & l'altro numero. Come per essempio tre quinte parti si scriuono in questo modo $\frac{3}{5}$. & l'vno, & l'altro numero si proferisce per il suo nome, pronuntiando però nel primo luogo il Numeratore. Come dire, il detto numero rotto così si ha da proferire, tre quinte. Et questo $\frac{25}{48}$. così, venticinque quarent'ottesimi, ouero venticinque quadragesime ottaue, & significa, qualche intiero essere diuiso in quarant'otto parti vguali, & di quelle esserne state prese veniticinque.

Donde naschino i numeri rotti.

NASCANO per il più i numeri rotti dall'auanzo della diuisione di numeri intieri. Imperoche quando resta qualche cosa nella diuisione, si fa da quello il Numeratore del rotto, che ha per Denominatore il partitore, si come hauemo detto di sopra. Come per essempio, quando si diuide 46. per 7. il Quotiente è 6. & auanza 4. Si fa adunque questo rotto $\frac{4}{7}$. Si che tutto il Quotiente sarà 6.$\frac{4}{7}$. Così ancora, quando si propone vn minore numero da diuidere per vn maggiore, si fa vn rotto, del quale il Numeratore è il numero, che si ha da diuidere, & il Denominatore è il partitore. Come se si doueranno diuidere 4. per 7. si farà questo rotto $\frac{4}{7}$. & significa 4. esser diuiso per 7. Si che questa minutia $\frac{4}{7}$. sia la settima parte di questo numero 4. Parte dico Denominata del partitore 7. Imperoche, si come, quando partiamo 12. per 3. si troua il numero 4. che è la terza parte del numero 12. diuiso, vna parte dico Denominata dal partitore:

Quãdo vn minor numero si diuide per vn maggiore, si fà vn rotto.

Qual si voglia numero rotto, è del Numeratore denominata dal Denominatore.

Così ancora quando diuidiamo 4. per 7. si fa il Quotiente $\frac{4}{7}$. che la settima parte del numero 4. diuiso. Parte dico denominata dal partitore. Per la medesima ragione qual si voglia altra minutia, è parte del Numeratore denominata dal Denominatore. Come questa minutia $\frac{3}{4}$. è la quarta parte del 3. Perche quando si diuide 3. per 4 si fa il Quotiente $\frac{3}{4}$. Donde nasce che se si pigliarà la minutia $\frac{3}{4}$. quattro volte, si farà $\frac{12}{4}$. che sono vguali al 3. si come da quello, che poco più à basso scriueremo, sarà manifesto. Et così diremo degl'altri numeri rotti.

LA STIMA, O VALORE DEI numeri rotti. Cap. VII.

Come cresca il valore delle minutie.

LA stima, ò valore di qual si voglia minutia cresce, quando restando il medesimo Numeratore si scema il Denominatore: ouero, quando restando il medesimo Denominatore, il Numeratore cresce. Come in questi rotti $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{2}$. ouero in questo $\frac{1}{7}$. $\frac{2}{7}$. $\frac{3}{7}$. $\frac{4}{7}$. $\frac{5}{7}$. $\frac{6}{7}$. ciascheduno, che si piglia, è maggiore del suo precedente, come dalle cose seguenti sarà chiaro: Et nelli primi, restando sempre il medemo Numeratore, e il Denominatore si diminuisce; Ma nelli secondi, restando sempre il medesimo Denominatore, il Numeratore s'accresce.

Come si diminuisca il valore delle minutie.

MA la stima, ò valore di qual si voglia minutia si diminuisce, quando restando il medesimo Numeratore, il Denominatore s'accresce: ouero quando restando il medesimo Denominatore, il Numeratore si diminuisce. Come in questi rotti $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{6}$. ouero in questi altri $\frac{7}{8}$. $\frac{6}{8}$. $\frac{5}{8}$. $\frac{4}{8}$. $\frac{3}{8}$. ciascuno, che si piglia è minore del suo precedente, come dalle cose, che seguitãdo, si fara manifesto:

Et

Et nelli primi, restando sempre il medesimo Numeratore, il Denominatore s'accresce; Ma nelli secondi, restando il medesimo Denominatore, il Numeratore si diminuisce.

Le minutie delle quali i Numeratori hanno la medesima proportione alli Denominatori sono vguali.

DI più tutte le minutie, delle quali il Numeratore d'vna habbia al suo Denominatore la medesima proportione, che li Numeratori dell' altre hanno alli loro Denominatori rispondenti, tra loro sono vguali. Come queste minutie $\frac{1}{2}$. $\frac{}{1}$. $\frac{8}{6}$. $\frac{}{1}$. $\frac{5}{0}$. $\frac{0}{0}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{0}{0}$. $\frac{0}{0}$. $\frac{}{1}$. $\frac{5}{0}$. $\frac{}{0}$. $\frac{0}{0}$. tutte tra di loro sono vguali. Perche il Numeratore di ciascuna hà proportione subdupla al suo Denominatore, cioè, viene ad essere la metà di esso. Così ancora queste $\frac{3}{4}$. $\frac{6}{8}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{6}{8}$. $\frac{}{1}$. $\frac{9}{2}$. $\frac{0}{0}$. Perche il Numeratore di ciascuna hà proportione subsesquitertia al suo Denominatore, cioè, contiene tre quarte parti di esso.

Se il Numeratore, & il Denominatore di qual si voglia rotto si moltiplicarà, ouero si diuiderà per qual si voglia numero, si produrrà vn rotto del medesimo valore.

ET perche se due numeri si multiplicano per vn medesimo numero, ouero se partiscono per vn medesimo numero, li numeri prodotti hanno la medesima proportione, che quelli due numeri moltiplicati, ò diuisi, seguita, che moltiplicandosi, ouero diuidendosi il Numeratore, & Denominatore per qual si voglia numero, si produca vn'altra minutia del medesimo valore, benche habbia numeri maggiori, ò minori. Come in questa proposta minutia $\frac{6}{9}$. se l'vno, & l'altro suo numero si moltiplicarà per 3. si produrrà la minutia $\frac{18}{27}$. del medesimo valore. Così ancora se l'vno, & l'altro numero si diuiderà per 3. si farà la minutia $\frac{2}{3}$. del medesimo valore. Et ancorche tutto questo si possa dimostrar dal 7. lib. di Euclide, ci contentaremo nondimeno di dichiarare la cosa con vn'esempio in queste due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{6}{9}$. doue la verità di questa cosa chiaramente apparirà. Percioche se si pigliarà il numero 9. il quale

ha la terza parte, & la nona, saranno le due terze parti di esso vguali a sei noue parti del medesimo. Perche essendo la terza parte di quello 3. sarano due terze parti 6. Così ancora, essendo la nona parte 1. saranno ancora sei noue parti 9. Adunque sono vguali queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{6}{9}$. & così dell'altra.

Qual minutia s'agguaglia à vn'intiero.

QVANDO ancora il Numeratore d'alcuna minutia è vguale al Denominatore, quella minutia s'aggualia a vn'intiero. Come qual si voglia di queste minutie $\frac{2}{2}$. $\frac{6}{6}$. $\frac{2}{2}$. $\frac{0}{0}$. $\frac{1}{1}$. $\frac{0}{0}$. $\frac{0}{0}$. $\frac{0}{0}$. fa vn' intiero, cioè, quello, che è diuiso in parti denominate dalli Denominatori: Percioche nel Numeratore si contengono tutte le parti, nelle quali l'intiero, ouero il tutto è stato partito.

Qual minutia sia minore di vn'intiero.

MA quando il Numeratore della minutia è minore del Dènominatore, all'hora quella minutia sarà minore d'vno intiero. Come sono queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{4}{7}$. $\frac{9}{10}$. Perche a ciascuna mancano a fare l'intiero tante parti denominate del suo Denominatore, di quante vnità è minore il Numeratore del Dominatore. Cioè, a questa minutia $\frac{3}{2}$. manca $\frac{1}{3}$. & a questa $\frac{4}{7}$. mancan $\frac{3}{7}$. & a questa $\frac{9}{10}$. manca $\frac{1}{10}$.

Qual minutia sia maggiore d'vn'intiero.

FINALMENTE quando il Numeratore della minutia è maggiore del Denominatore detta minutia è maggiore d'vn'intiero. Come sono queste $\frac{4}{3}$. $\frac{44}{7}$. $\frac{100}{4}$. perche nel Numeratore di ciascuna si contengono più parti, che non son quelle, nelle quali il tutto, ouero l'intiero è stato diuiso.

Come si conosca di due minutie proposte, quale d'essa sia maggiore.

QVANDO saranno proposte due minutie, & vorrai conoscere, quali di esse sia maggiore, terrai questa regola. Poste le minutie per ordine, moltiplica i numeri di quelle in croce, cioè, il Numeratore della prima nel Denominatore del-

della seconda, & il Numeratore della seconda, nel Denominatore della prima, ponendo li numeri prodotti sopra li Numeratori. Perche quella minutia, della quale il Numeratore hauerà prodotto maggior numero, sarà maggiore. Che se li due numeri prodotti saranno vguali, saranno le minutie proposte ancora vguali. Come nel primo di questi tre essépi, maggiore è la secōda mi-

16.		18.	41.		40.	48.		48.
$\frac{2}{3}$	×	$\frac{6}{8}$	$\frac{1}{2}$	×	$\frac{2}{4}\ \frac{0}{1}$	$\frac{3}{4}$	×	$\frac{1}{1}\ \frac{2}{6}$

nutia $\frac{\ }{8}$. che la prima $\frac{2}{3}$. perche il numero 18. prodotto dalla moltiplicatione del 6. cioè, del Numeratore della seconda minutia, nel 3. cioè, nel Denominatore della prima, è maggiore, che'l numero 16. prodotto dalla moltiplicatione del 2. cioè, del Numeratore della prima minutia, nell'8. cioè, nel Denominatore della seconda. Ma nel secondo essempio maggiore, è la minutia $\frac{1}{2}$. che $\frac{20}{41}$. Nel terzo essempio finalmente le minutie $\frac{3}{4}$. & $\frac{1}{1}$. $\frac{2}{6}$. sono vguali, come è manifesto dalle moltiplicationi fatte in croce. La cagione di questa regola è, che quando li Numeratori moltiplicati in croce per li Denominatori, producono vguali numeri, si troua vna medesima proportione delli Numeratori alli Denominatori, come è chiaro della propos. 19. del 7. libro di Euclide. Per la qual cosa, come habbiamo detto di sopra, le minutie saranno vguali. Di quì nasce, che quel Numeratore, che produce maggior numero, hà maggior proportione al suo Denominatore, & perciò quella minutia è maggiore, si come è stato detto di sopra. Ma accioche tù impari con l'esperienza, che la minutia $\frac{6}{8}$. sia maggiore, che $\frac{2}{3}$. pigliamo il numero 48. che hà parti

de-

denominate dalli Denominatori di queste minutie, cioè, l'ottaua parte, & la terza. Essendo dunque, che vna ottaua parte di questo numero 48. sia 6. saranno sei ottaue 36. & essendo ancora, ch' vna terza parte del medesimo numero sia 16. saranno le due terze 32. il qual numero è minore di 36.

In che modo si ritroui il valore di vna minutia data in minor moneta, peso ouero misura.

Hora se sarà data alcuna minutia di qualche moneta, ouero di peso, ò di misura maggiore, & tù desideri di ritrouare il valore di quella in minore moneta, ouero peso, ò misura, cioè, ridurre quella a minore moneta, &c. farai in questo modo. Moltiplica il Numeratore per il numero, che significa, quante volte la moneta minore, alla quale si hà da ridurre il rotto si contiene nella maggiore, & il numero prodotto diuidi per il Denominatore del medesimo rotto. Perche il numero Quotiente mostrerà il valore della data minutia in quella minor moneta. Il che intendi ancora delli pesi, & misure. Come dire, se sarà data questa minutia $\frac{4}{7}$. di vn scudo, che significa, si come hauemo detto nel 6. capitolo quattro scudi partiti in sei parti vguali, & la vorremo ridurre a giulij, baiocchi, ò quattrini (imperoche in questa nostra Aritmetica vsaremo essempij di moneta Romana, doue 4. quattrini fanno vn baiocco, & 10. baiocchi fanno vn giulio, & 10. giulij fanno vn scudo) moltiplicaremo il Numeratore 4. per 10. poiche 10. giulij fanno vn scudo, acciò si riduchino quelli 4. scudi diuisi in sette parti à 40. giulij, & il numero prodotto, ch'è 40. partiremo per il Denominatore 7. Percioche il numero Quotiente darà giulij $5\frac{5}{7}$. Et se questa minutia de' giulij $\frac{5}{7}$. che significa 5. giulij essere in 7. parti vguali diuisi, vorremo ridurre a baiocchi, moltiplicaremo medesimamente il Numeratore

Il giulio, baiocco, & quattrino in Roma, che significhi, ò vaglia.

5. per

5.per 10.essendo che 10. baiocchi fanno ancora vn giulio,per ridurre quelli 5. giulij in 7.parti diuisi à baiocchi 50. & il numero prodotto, che è 50. diuideremo per il medesimo Denominatore 7. Perche il numero Quotiente ci darà baiocchi $7\frac{1}{7}$. Et se vltimamēte questa minutia $\frac{1}{7}$. di baiocchi,che significa vn baiocco esser diuiso in 7.parti vguali, vorremo ridurre à quattrini, moltiplicaremo il Nominatore 1. per 4. poiche 4. quattrini fanno vn baiocco,per ridurre quel baiocco in 7. parti diuiso à 4. quattrini, & il numero prodotto, che è 4.partiremo per il Denominatore 7. & faremo $\frac{4}{7}$. di vn quattrino, cioè, poco più della metà d'vn quattrino. Si che $\frac{4}{7}$. d'vn scudo contengono giulij 5. baiocchi 7. & quattrini $\frac{4}{7}$. Ma se vogliamo in vn tratto ridurre $\frac{4}{7}$. d'vn scudo à baiocchi,moltiplicaremo il Numeratore 4.per 100.poiche 100. baiocchi fanno vn scudo, per ridurre quelli 4.scudi in 7.parti vguali diuisi à 400.baiocchi,& partiremo il numero prodotto, cioè 400. per il Denominatore 7. & faremo baiocchi $57\frac{1}{7}$.

Di piu si habbia da cercare quanti passi,piedi, palmi, ouero dita contenghino $\frac{5}{8}$. d'vn miglio Italiano,posto,che vn miglio contiene 1000.passi Geometrici,& vn passo 5.piedi,vn piede,4.palmi, vn palmo 4. dita, & vn dito 4. grani d'orzo; moltiplicaremo il Numeratore 5.per 1000.acciò le 5. miglia in 8. parti diuise si riduchino à 5000. passi,& il numero prodotto 5000.partiremo per il Denominatore 8.& faremo 625. passi.

Così ancora se $\frac{1}{1}\frac{0}{3}$. d'vn passo vorremmo ridurre à piedi, moltiplicaremo il Numeratore 10.per 5. & il prodotto numero 50. partiremo per il Denominatore 13. & faremo piedi $3\frac{1}{1}\frac{1}{3}$. Di nuouo,se questo Numeratore 11.moltiplica-

remo

remo per 4. & il numero prodotto 44. diuideremo per il Denominatore faremo palmi $3\frac{5}{13}$. Più oltra se moltiplicaremo questo Numeratore 5. per 4.& il numero prodotto 20.partiremo per il Denominatore 13. ritrouaremo dita $1\frac{7}{13}$. Finalmente se questo Numeratore 7. moltiplicaremo per 4. & il numero prodotto 28.diuideremo per il Denominatore 13. ritrouaremo grani d'orzo $2\frac{2}{13}$. Di sorte, che $\frac{10}{13}$. d'vn passo contengono piedi 3. palmi 3. dito 1. & grani d'orzo $2\frac{2}{13}$.

Di più si habbia da ridurre à oncie questa minutia $\frac{3}{4}$. di vna libra. Essendo, che 12.once fanno vna libra, moltiplicaremo il Numeratore 3. per 12. & ilprodotto numero 36. diuideremo per il Denominatore 4. & faremo 9. once.

Vltimamente si habbia da cercare, quanti minuti contengono $\frac{5}{6}$. d'vn grado. Poiche 60.minuti fanno vn grado, moltiplicaremo il Numeratore 5.per 60.& il numero prodotto 300.diuideremo per il Denominatore 6. & faremo minuti 50.

DELLI ROTTI DI rotti. Cap. VIII.

Le minutie delle minutie donde nafchino.

NON solamente vna cosa intiera si diuide in quante parti vguali tù vuoi, acciò si faccino li semplici numeri rotti, delli quali trattiamo; ma ancora qualche volta essi numeri rotti s'imaginano in più parti vguali esser diuisi, come se fossero cose sane, & intiere. Donde nascono li rotti di rotti, ouero minutie di minutie. Come per essempio, si come quando io piglio 4. parti di vno intiero diuiso in 7. parti fò questa minutia semplice $\frac{4}{7}$. che significa quattro settime parti esso intiero: Così ancora quando imagino questo rotto semplice $\frac{4}{7}$. esser diuiso in cinque par-

La minutia di minutie della minutia, che cosa sia.

parti vguali, & ne piglio tre parti, fò vna minutia di quella minutia, cioè, tre quinte parti di quattro settimi d'vn'intiero. Di maniera, che la prima minutia si proferisca, & si scriua, come le minutie semplici, & similmente la seconda, eccetto, che se gli mette auanti l'articolo [di] & si scriue senza la linea in mezzo, acciò si distingua dall'altre. Come la sopradetta minutia di minutia così s'hà da scriuere $\frac{3}{5}$. $\frac{4}{7}$. & si pronontiarà così. Tre quinte di quattro settime d'vn'intiero. Ma quest'altra minutia di minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{2}$. così si proferirà. Due terzi di tre quarti d'vn sesto d'vn mezzo d'alcuno intiero. Perche significa dal mezzo d'alcuno intiero esser stata pigliata vna sesta parte di quel mezzo diuiso in 6. parti vguali, & da questa sesta parte diuisa in quattro parti vguali esserne stato presi $\frac{3}{4}$. & vltimamente da essi tre quarti diuisi in tre parti vguali esserne stato tolti due terzi. Et la medesima ragione è nell' altri rotti di rotti.

Le minutie di minutie in che modo si pronunciano, & si scriuano.

Ma in che maniera la stima, ò valore delli rotti di rotti si habbia à conoscere, insegnaremo al fine del Cap. 10. doue li ridurremo à rotti semplici.

DEL MODO DI RIDVRRE *i numeri rotti à minimi numeri, ouero termini. Cap. IX.*

AVVIENE spesse volte, che alcuna minutia si scriui con sì gran numeri, che commodamente si possa esprimere con minori, senza mutare il suo valore, & prezzo: Come questa minutia $\frac{3}{7}$. $\frac{6}{2}$. tanto valore, quanto questa $\frac{1}{2}$. espressa, come vedi, con minimi numeri. Et che si riduca qual si voglia minutia scritta con grandi numeri à minimi num. ò termini, è molto vtile per molte cau-

Perche le minutie si riduchino à minimi termini.

cause. Prima, perche più facilmente s'intende qual si voglia minutia espressa con minori numeri, che scritta con numeri maggiori. Perche chi sarà quello, che non intenda più facilmente $\frac{1}{3}$. che $\frac{3}{7}$ $\frac{6}{2}$. ouero $\frac{500}{1000}$. ouero $\frac{826}{1852}$. ancorche tutti questi rotti al tutto significhino il medesimo? Dipoi, perche si rẽde più facile l'operatione delli rotti, se si riducono à termini minimi, come per quel che segue, sarà chiaro. Terzo, acciò s'intendano i libri de'Matematici, li quali ordinariamente sogliono notare le minutie con numeri minimi. Perche se per essempio si trouarà scritto da alcuno, che questo numero 2528. partito per 48. faccia il Quotiente 52 $\frac{2}{3}$. & tu vogli prouare, & essaminare, ritrouerai il Quotiente 52. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{8}$. che pare differente da quello, essendo pure il medesimo. Percioche questa minutia $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{8}$. ridotta a minimi termini fa $\frac{2}{3}$. Onde, auanti che tù giudichi d'hauere errato, ouero quel scrittore hauer commesso errore, vedendo la tua minutia essere differente da quella del scrittore, ridurrai prima la minutia da te ritrouata, & con numeri maggiori espressa, a minimi numeri, ò termini.

In che modo le minutie si riduchino à minimi numeri.

L'arte del ridurre ogni minutia scritta con maggiori numeri a minimi termini, sarà questa. Diuidasi tanto il Numeratore, quanto il Denominatore per la massima commune misura dell'vno, & dell'altro cioè, per il massimo numero, che misuri l'vno, & l'altro. Percioche li numeri Quotienti, (facendo il Quotiente del Numeratore, Numeratore, & il Quotiente del Denominatore, Denominatore) daranno la minutia equiualente a quella, & espressa con numeri minimi. Perche essendo, che quando si diuidono due numeri per vn medesimo numero qual si voglia, li

Quo-

Quotienti habbino la medeſima proportione, che quelli numeri, & li numeri Quotienti in queſto modo ritrouati, ſiano i minimi di tutti, per eſſere li numeri della minutia propoſta, partiti per il più gran numero, che l'vno, & l'altro miſuri, di modo, che per maggiore non ſi poſſino diuidere, che non ſi laſci qualche coſa nella diuiſione; chiariſſima coſa è, che la minutia ritrouata viene eſſere eſpreſſa con numeri minimi, di ſorte, che non ſi poſſi eſprimere con minori.

Per eſſempio ſia queſta minutia propoſta $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{8}$. Il Numeratore, & il Denominatore della quale ſono miſurati, & numerati da tutti queſti numeri 2. & 4. 8 & 16. & fuor di queſti da niuno altro. Perche ſe bene il numero 24. che è maggiore d'eſſi, miſura il Denominatore 48. non però ſi miſura il Numeratore 32. Così ancora, benche il numero 32. che è maggiore, del 24. miſuri il Numeratore 32. nientedimeno in niun modo miſura il Denominatore 48. & pure in queſto luogo noi intendiamo per il numero maſſimo numerante, quello, che miſuri, l'vno, & l'altro numero della minutia propoſta, cioè, tanto il Numeratore, quanto il Denominatore. Se adunque tanto il Numeratore 32. quanto il Denominatore 48. ſi diuiderà per il maggiore di quei numeri, come dire, per il 16. ſi ritroueranno li Quotienti 2. & 3. Onde la minutia propoſta $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{8}$. ſi ridurrà a queſta equiualente $\frac{2}{3}$. eſpreſſa con minimi numeri. Se tù diuideſſi li medeſimi numeri della propoſta minutia per vn'altro numero, che eſſi miſuri: ma che non ſia il maggiore, ridurreſti bene la minutia, ad vn'altra vguale, & da minori termini eſpreſſa, ma non dai minimi. Come ſe li medeſimi numeri 32. & 48. ſi diuidarãno per 8. ſi ritroua queſta minutia $\frac{4}{6}$. la quale ancora ſi può

ſcri-

ſcriuere con minori numeri, in queſto modo $\frac{2}{3}$.

Quando le minutie non ſi poſſono ridurre à minori termini.

Per la medeſima ragione queſta minutia $\frac{4}{6}$. $\frac{5}{6}$. il Numeratore della quale, & il Denominatore ſono miſurati da tutti queſti numeri 3. 5. 15. ſi ridurrà a $\frac{3}{4}$. ſe però così il Numeratore, come il Denominatore ſi diuiderà per 15. che è il maggior numero, che gli numeri. Et così di tutti gl'altri.

Ma ſe niun numero fuor dell'vnità miſurarà il Numeratore, & il Denominatore d'alcuna minutia, quella minutia non ſi potrà ridurre à minori termini, ma ſarà già eſpreſſa con minimi numeri. Come queſte minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{0}{7}$. $\frac{2}{6}$. $\frac{0}{3}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{7}{9}$. non ſi poſſono ridurre à minori termini. Perche queſti numeri 2. 4. 5. 10. benche numerino il Numeratore della prima minutia, niuno però di loro miſura il Denominatore di quella; ancorche queſti numeri 3. 13. miſurino il Denominatore della medeſima minutia, ne l'vno però, nè l'altro di quelli miſura il Numeratore. Dipoi, benche queſti numeri 2. 4. 5. 10. miſurino il Numeratore della ſeconda minutia, & queſti 3. 7. 9. 21. il Denominatore della medeſima, niuno di loro però miſura l'vno, & l'altro cioè, il Numeratore, & il Denominatore di quella minutia. Ma li numeri dell'vltima minutia da niſſun numero fuor dell'vnità, ſono numerati, eſſendo, che (per parlare con gl'Aritmetici) ſono numeri Primi, ſi come ancora li numeri di quell'altre prime due minutie ſono tra di loro Primi, benche niuno di quelli ſia primo. Perche numero Primo ſi dice quello, che è miſurato ſolo dall'vnità, & numeri tra di loro Primi ſi chiamano quelli, li quali dalla ſola vnità, come da miſura commune, vengono miſurati, ancorche niſſuno di loro ſia Primo.

Primo numero, & primi tra di loro quali ſiano.

Et perche per ridurre la minutia propoſta à mini-

minimi termini, è necessario, che si ritroui la massima misura commune del Numeratore, & del Denominatore (poiche questa massima misura comune l'vno, & l'altro numero, cioè, tanto il Numeratore, quanto il Denominatore, s'ha da diuidere, come habbiamo detto) si suol dare questa regola per ritrouarla. Si diuida il Denominatore, per il Numeratore: Et se qualche cosa nella diuisione sarà auanzata, si diuida il partitore, cioè, il Numeratore, per quello restante della diuisione: Et se di nuouo sarà rimasta qualche cosa, si diuida quest'vltimo partitore, cioè, quel primo auanzo, per il resto di quest'vltima diuisione; & così sempre si diuida l'vltimo partitore per l'vltimo resto, insino à tanto, che s'incontri in vn partitore, che non lasci cosa alcuna nella diuisione. Perche quest'vltimo partitore sarà la massima misura commune del Numeratore, & del Denominatore della minutia proposta. Ma se qualche partitore in questa sorte di diuisione lascierà, vn'vnità, non haueranno il Numeratore, & il Denominatore della minutia proposta alcuna misura commune, se non l'vnità, ma saranno numeri tra di loro Primi.

In che modo si ritroui la massima misura commune del Numeratore, & Denominatore, di qual si voglia minutia

Quando il Numeratore, & Denominatore della minutia non hanno misura commune fuori dell'vnità.

Come per essempio, se sarà proposta questa minutia $\frac{36}{72}$. ritrouaremo la massima misura commune del Numeratore, & del Denominatore in questo modo. Si diuida il Denominatore 72. per il Numeratore 36. & perche fatta questa diuisione, niente auanza; sarà per tanto la massima misura commune 36. per la quale se diuideremo il Numeratore, & il Denominatore della data minutia $\frac{36}{72}$. ridurremo quella a questa $\frac{1}{2}$. espressa con termini minimi.

In oltre, se sarà data questa minutia $\frac{60}{48}$. ritrouaremo la massima misura commune del Nume-

 ratore,

ratore, & Denominatore in questo modo. Partito che sarà il Denominatore 96. per il Numeratore 60. auanzarà nella diuisione 36. Di più diuiso che sarà il partitore 60. per il resto 36. rimarrà nella diuisione 24. Di nuouo partito ancora quest' vltimo partitore 36. per l' vltimo resto 24. rimarrà 12. Et finalmente diuiso l' vltimo partitore 24. per l' vltimo resto 12. non rimane cosa alcuna. Sarà adunque la massima misura comune 12. per la quale si diuiderà tanto il Numeratore, quanto il Denominatore della proposta minutia $\frac{60}{96}$. se constituirà questa minutia $\frac{5}{8}$. espressa con numeri minimi.

Ma se si proponerà questa minutia $\frac{48}{103}$. non si ritrouerà niuna misura commune del Numeratore, & Denominatore, se non l' vnità. Perche diuidendo il Denominatore 103. per il Numeratore 48. auanza 7. Diuidendo dipoi il partitore 48. per il resto 7. riman 6. Finalmente partendo quest' vltimo partitore 7. per l' vltimo residuo 6. rimà 1. per la qual cosa, si come è stato detto di sopra, il Numeratore, & Denominatore di questa minutia $\frac{48}{103}$. sono numeri tra di loro Primi.

In che modo si ritroui la massima misura di qual si voglia due numeri proposti.

Con la medesima arte ritrouaremo la massima misura commune di qual si voglia due numeri, (ancorche non constituischino numero rotto, ma assolutamente si proponghino) se il maggiore diuideremo per il minore, & questo partitore per il resto della diuisione, se vi sarà, & di nuouo quest' vltimo partitore per il resto dell' vltima diuisione, & così di mano in mano con quest' ordine, &c. Perche l' vltimo partitore, che niente lasciarà nella diuisione, sarà la massima misura commune delli dati numeri. Ma se in alcuna diuisione sarà auanzata l' vnità, saranno li numeri dati tra di loro Primi, & non haueranno alcuna misura commune,

mune, fuor che l'vnità.

Si caua questa regola di ritrouare la massima misura comune di due numeri, dalla propos. 2. del lib. 7. di Euclide. Et ancorche Euclide dica sempre douersi il minor numero sottrarre dal maggiore, nientedimeno il medesimo si fa, & in effetto molto più breuemẽte, per la diuisione del maggior numero per il minore, essendo, che la diuisione sia vna certa succinta, & compendiosa sottratione, si come anco la moltiplicatione è vna breue, & spedita raccolta di più numeri.

Donde si caui questa regola di ritrouare la massima misura di due numeri.

In vn'altro modo si ridurrà qual si voglia minutia proposta a minimi termini, se tanto il Numeratore, quanto il Denominatore si diuiderà per alcuna misura commune da loro conosciuta, ancorche non sia la massima, acciò si ritroui vna minutia equiualente sotto minori numeri: Et in oltre, se si diuiderà tanto il Numeratore, quanto il Denominatore di questa minutia ritrouata per alcun'altra misura commune di loro; & così di mano in mano, sino à tanto, che si ritroui vna minutia, della quale il Numeratore, & Denominatore siano numeri tra di loro Primi. Come propostaci questa minutia $\frac{36}{48}$. se l'vno, & l'altro numero di quella si diuiderà per 2. si ritrouarà questa minutia $\frac{18}{24}$. della quale se l'vno, & l'altro numero si diuiderà della 3. si ritrouarà questa minutia $\frac{6}{8}$. Li numeri della quale finalmente partiti per 2. daranno questa minutia $\frac{3}{4}$. sotto minimi termini. Ma quella prima regola è più eccellente, & più breue.

Vn'altro modo di ridurre le minutie à minimi termini.



DEL MODO DI RIDVRRE I NVmeri rotti ad vna medesima Denominatione, & ad intieri, & gl' intieri à qual si voglia rotto, & finalmente i rotti di rotti à rotti semplici. Cap. X.

SPesse volte auuiene, che si deuono ridurre li rotti di diuersi Denominatori ad altri rotti, che siano vguali à quelli, ciascuno al suo, & habbino vn medesimo Denominatore. Il che come si debba fare, diremo in questo Capitolo. Et prima, quando le minutie proposte non sono più di due, & dipoi quando saranno più.

In che modo due minutie si riduchino alla medesima Denominatione.

PROPOSTE adunque due minutie, che habbino diuersi Denominatori, se li Denominatori si moltiplicaranno l'vno per l'altro produrrassi il commune Denominatore, al quale le date minutie si hanno da ridurre. Ma il Numeratore di ciascheduna moltiplicato in croce per il Denominatore dell'altra, produrrà il Numeratore.

$\frac{2}{3} \times \frac{3}{4}$. si riducono a $\frac{8}{12}$. & $\frac{2}{12}$.

Come in questo essempio, dal Denominatore 3. moltiplicato per il Denominatore 4. si fa il commune Denominatore 12. Dipoi dal Numeratore 2. della prima minutia moltiplicato per il Denominatore 4. della secõda si fa il Numeratore 8. Et dal Numeratore 3. della secõda minutia moltiplicato per il Denominatore 3 della prima si fa il Numeratore 9. Adunque le due minutie $\frac{2}{3}\frac{3}{4}$. si riducono a queste due $\frac{8}{12}$. $\frac{2}{12}$. che sono vguale à quelle, & hanno vn istesso Denominatore cõmune, cioè 12. Percioche questa minutia $\frac{8}{12}$. essere vguale a questa $\frac{2}{3}$. è manifesto

nifesto dalla propos. 17. & 18. del lib. 7. di Euclide, essendo, che l'vno, & l'altro numero di questa minutia $\frac{2}{3}$. moltiplicato per il medesimo numero 4. ouero moltiplicando il medesimo numero 4. cioè, il Denominatore della seconda minutia proposta $\frac{3}{4}$. hà prodotto l'vno, & l'altro numero di quella $\frac{8}{12}$. imperoche di quì auuiene, che il Numeratore, & il Denominatore della minutia $\frac{8}{12}$. hanno la medema proportitione, che hanno il Numeratore, & Denominatore della minutia $\frac{2}{3}$. Onde saranno esse minutie vguali, come hauemo detto di sopra. Per la medesima ragione saranno vguali le minutie $\frac{9}{12}$. & $\frac{3}{4}$. perche l'vno, e l'altro num. di questa $\frac{3}{4}$. moltiplicato per il medesimo numero 3. ouero moltiplicando il medesimo numero 3. cioè il Denominatore della prima minutia darà $\frac{2}{3}$. ha prodotto l'vno, & l'altro numero di quella $\frac{9}{12}$.

MA se si proporranno più di due minutie da ridursi ad vna medesima denominatione, si deue cercare prima vn numero numerato da tutti li Denominatori delle date minutie; di maniera, che contenga tutte le parti dominate da loro. Il qual numero numerato dalli Denominatori proposti, ouero da qual si voglia altri numeri dati, ritrouaremo in questo modo. Moltiplichinsi tutti li Denominatori tra di loro, cioè il primo per il secondo, & questo numero prodotto per il terzo, & questo numero prodotto per il quarto, & così di mano in mano, fino à tanto, che tutti siano moltiplicati. Perche l'vltimo numero prodotto sarà quello, che si cerca. Come proposte queste minutie $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$. se il primo Denominatore 2. si moltiplicarà nel secondo 3. & il numero prodotto 6. nel terzo 4. & il prodotto numero 24. nel quarto 5. si produrrà il

In che modo si ritroui vn numero numerato da quanti si voglia dati numeri.

numero 120. Il quale è numerato dalli Denominatori proposti, cioè, da 2.3.4.5.

Il modo di ritrouare il minimo numerato da quanti si voglia numeri dati.

MA Perche il numero ritrouato in questo modo, tal volta, anzi per il più, è tanto grande, che si può dare vn'altro minore di quello, che sia numerato da i medesimi proposti Denominatori, ritrouaremo il numero minimo numerato da quanti si voglia numeri, in questo modo. Prima ritrouaremo il minimo numero numerato dalli primi due numeri proposti con quest'arte. Li due primi numeri, ò hanno alcuna misura commune, oltra l'vnità, ò nò, (il che conoscerai, se il maggiore si diuiderà per il minore) & questo partitore per il resto della diuisione, & così di mano in mano, con vna scambieuole diuisione. Perche se ti occorrerà vn partitore, che non lasci niente, haueranno quelli due numeri vna misura commune, & esso partitore vltimo sarà la massima misura di quelli: ma se auuerrà, ch'alcuno partitore lasci vn'vnità, nõ haueranno misura cõmune veruna, & saranno tra di loro Primi (come di sopra nel Capitolo nono hauemo dichiarato.) Se quelli due numeri primi nõ hanno alcuna misura cõmune, sarà il numero prodotto dalla moltiplicatione dell'vno per l'altro il minimo da quelli numerato, talche non si possa dare altro minore; Ma se haueranno vna misura cõmune; ritrouato che hauerai la massima loro misura cõmune, come nel Capitolo nono insegnato hauemo, diuidasi l'vno, & l'altro per quella, & si pongono li Quotiẽti sotto quelli numeri. Perche se tù moltiplicarai il Quotiente del primo numero per il secõdo numero, ouero il Quotiente del secõdo numero per il primo nůmero, produrrai il minimo num. numerato da quelli due. Doppo andaremo inuestigãdo nel medesimo modo il minimo numero

mero numerato da quello, che già trouato habbiamo,& dal terzo numero propoſto,cioè,ricercando,ſe il terzo numero propoſto,& quello numero numerato dalli primi due hāno vna miſura commune,ò nò,&c.Perche queſto minimo ritrouato,ſarà il minimo numerato dalli primi tre numeri propoſti.Di nuouo conferiremo queſto numero ritrouato con il quarto numero propoſto, & nel medeſimo modo inueſtigaremo il minimo numero da loro numerato. Imperoche queſto ritrouato ſarà il minimo numerato dalli quattro dati;Et così ſeguitaremo,fin che non auanzi niun numero, con il quale il ritrouato vltimamente poſſi eſſer comparato. La dimoſtratione di queſta ragola ſi caua dalla propoſ.36.& 38.del lib.7. di Euclide.

MA dichiariamo queſto negotio nelle quattro proſſime minutie date $\frac{1}{2}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$. li Denominatori delle qualli ſono 2.3.4.5.Et primieramente, perche li due primi numeri 2.& 3. non hanno altra miſura commune,che l'vnità ſarà però il num.6. prodotto dalla moltiplicatione di quelli, il minimo numerato dal 2.& dal 3. Doppo, perche queſto numero 6.ritrouato, & il terzo numero 4. hanno la maſſima loro miſura 2. diuideremo per quella tanto il numero 6. quanto il 4. & li Quotienti 3.& 2. porremo ſotto eſſi, come tù quì vedi.Imperoche ſe moltiplicaremo 6. per 2. ouero 4. per 3. faremo il numero 12. che è il minimo numerato dalli primi tre dati numeri 2.3.4.Finalmente perche queſto numero 12. ritrouato,& il quarto num. dato 5. nō hāno miſura cōmune,ſe nō l'vnità, moltiplicaremo 12. per 5.& produrremo il numero 60. che è il minimo numerato da i quattro Denominatori 2.3.4.5.

6.	4.
3.	2.

Di più deuesi trouare il minimo numero numerato da 4.6.8.12.7. Primieramente, perche li primi due 4.& 6. hanno la massima misura cōmune 2. partiremo per quella, tanto il 4. quanto il 6.& li Quotienti 2. & 3. porremo sotto essi, come quì tù vedi, perche se moltiplicaremo 4. per 3. ouero 6. per 2. faremo il numero 12. cioè il minimo numerato da quelli due 4. & 6. Doppo, perche questo numero 12. ritrouato, & il terzo numero dato 8. hanno la massima misura cōmune 4. partiremo per quella, tanto il 12. quanto l'8. & li Quotiēti 3. & 2. collocaremo sotto essi: Perche se moltiplicaremo 12. per 2. ouero 8. per 3. si produrrà il numero 24 che è il minimo numerato dalli primi tre dati numeri 4.6.& 8. Di nuouo, perche questo numero ritrouato 24. & il quarto proposto 12. hāno la massima misura commune 12. diuideremo per quella, tanto il 24. quanto il 12. & li Quotienti 2. & 1. porremo sotto essi. Perche se moltiplicaremo 24 per 1. ouero 12. per 2. produrremo il numero 24. che è il minimo numerato da i quattro numeri dati 4. 6. 8. 12. Vltimamente, perche questo numero 24. ritrouato, & l'vltimo numero dato 7. nō hanno niun'altra misura cōmune, che l'vnità, moltiplicaremo quelli tra di loro, & faremo il numero 168. cioè, il minimo numerato dalli dati numeri 4. 6. 8. 12. 7. Che se alcuno cercasse il numero numerato dalli medesimi dati numeri 4.6.8. 12. 7. per la prima regola, cioè, moltiplicando essi tra di loro ritrouarebbe questo numero 16128. che è molto maggiore di questo numero minimo 168. ritrouato da noi.

4.	6.
2.	3.

12.	8.
3.	2.

24.	12.
2.	1.

HO-

HORA ritrouato il numero numerato da tutti li Denominatori; delle minutie, che habbiamo da ridurre, ò che quello sia il minimo, ò nò, ridurremo le minutie date ad vna medesima Denominatione in questo modo. Il Denominatore commune è quel numero ritrouato, & dalli Denominatori numerato; il quale se noi diuideremo per il Denominatore di ciascuna minutia, & moltiplicaremo il Quotiente per il Numeratore, produrremo il Numeratore, che si hà da scriuere sopra il commune Denominatore. Come in queste quattro vltime minutie $\frac{1}{2}\frac{2}{3}\frac{3}{4}\frac{4}{5}$. Il numero numerato dalli Denominatori è 120. Questo adũque sarà il commune Denominatore: il quale se diuideremo per il Denominatore 2. della prima minutia, faremo 60. & se questo numero moltiplicaremo per il Numeratore 1. delle medesima minutia, produrremo pur 60. che sarà il Numeratore per la prima minutia. Dipoi se il medesimo numero 120. partiremo per il Denominatore 3. della seconda minutia, ne risultarà questo numero 40. il quale se moltiplicaremo per il Numeratore 2. della medesima minutia, faremo 80. che sarà il Numeratore per la seconda minutia, & così di tutte l'altre. Di sorte, che le date quattro minutie si ridurãno a queste quattro della medesima denominatione $\frac{60}{120}\frac{80}{120}.\frac{90}{120}.\frac{24}{120}$. Ma se pigliaremo il numero 60. che è il minimo numerato dalli medesimi Denominatori, per il commune Denominatore, ridurremo le medesime minutie à queste $\frac{30}{60}\frac{40}{60}\frac{45}{60}\frac{12}{60}$.

In che modo più minutie, di due si riduchino à vna medesima denominatione.

CON questa medesima ragione si potranno ridurre ancora due minutie ad vna medesima denominatione, senza moltiplicarle in croce. Perche se si cercarà vn numero, ò minimo, ò nò, numerato dalli denominatori, sarà quello il com-

Vn' altro modo di ridurre due minutie ad vn medesimo denominatore.

commune Denominatore, dal quale ritrouaransi li Numeratori, come poco fa hauemo insegnato. Come proposte due minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{7}{12}$. il minimo numero numerato dalli Denominatori è 12. il quale se partiremo per il Denominatore 6. della prima minutia, & il Quotiente 2. moltiplicaremo per il Nominatore 5. della medesima minutia, haremo 10. per il Numeratore della prima minutia. Et se di nuouo il medesimo numero 12. partiremo per il Denominatore 12. della seconda minutia, & il Quotiente 1. moltiplicaremo per il Numeratore 7. della medesima minutia, ritrouaremo 7. per il Numeratore della seconda minutia. Si che le due date minutie si riduranno à queste $\frac{10}{12}$. $\frac{7}{12}$. Che se alcuno le medesime vorrà ridurre per la prima regola, ritrouarà queste minutie $\frac{60}{72}$. $\frac{42}{72}$. Dal che è manifesto, quanta differenza sia fra i l minimo numero numerato dalli Denominatori delle minutie date, & non minimo. Perche per il minimo le date minutie si riducono alle minime minutie della medesima Denominatione, che non si fa per l' altre regole.

L'vnità delli minimi numeri numerati dalli Denominatori delle date minutie.

In che modo si riduchi la minutia, della quale il Numeratore è maggiore del Denominatore, à l'intieri.

ACCADE ancora alcuna volta, che il Numeratore della minutia prodotta dal raccorre, moltiplicare, & partire sia maggiore al Denominatore, & percioche quella minutia sia maggiore, che'l tutto, & l'intiero. Per la qual cosa quella si douerà ridurre ad intieri in questo modo. Diuidasi il Numeratore per il Denominatore, perche il Quotiente darà l'intieri, à i quali la data minutia è vguale. Et se auanzarà cosa alcuna nella diuisione, quello sarà il Numeratore, sotto il quale si douerà scriuere il medesimo Denominatore. Come questa minutia $\frac{60}{12}$. si ridurrà à 5. intieri. Ma questa $\frac{100}{7}$. si ridura a $14\frac{2}{7}$. Perche nella

di-

liuisione del Numeratore per il Denominatore
uanzorno 2. & così quella minutia contiene 14.
ntieri, & di più due settime parti d'vn'intiero.

In che modo si riduchino l'intieri à rotti.

ANCORA non di rado suole auuenire, che
'intieri s'habbino da ridurre à qualche rotto. Il-
he in questo modo si farà. Moltiplichinsi l'intie-
i proposti per il Denominatore della minutia,
lla quale l'intieri s'hanno da ridurre. Perche il
rodotto numero sarà il Numeratore sotto il
uale si douerà mettere il Denominatore della
ata minutia. Come se 7. intieri si deuono ridur-
: à quinte parti, moltiplicaremo 7. intieri per il
)enominatore 5. della minutia proposta, & sot-
o il prodotto numero 35. scriueremo il medesi-
10 Denominatore 5. & farassi questa minutia
$\frac{\ }{5}$. che è vguale à 7. intieri. Ma se a l'intieri sarà
ongionta qualche minutia, si douerà aggionge-
: il Numeratore di quella minutia al numero
rodotto dalli intieri, moltiplicati per il Deno-
iinatore della minutia, per fare il Numeratore.
:ome se questo numero 8 $\frac{2}{5}$. si debba ridurre a
uinte, acciò si facci vna sola minutia; moltipli-
ıremo 8. per il Denominatore 5. della minutia,
: al numero prodotto 40. aggiongeremo il Nu-
ıeratore 2. della medesima minutia, acciò hab-
iamo il Numeratore 42. di questa minutia $\frac{42}{5}$.
ıe al numero proposto è vguale.

Le minutie delle minutie in che modo si riducano à semplici minutie.

VLTIMAMENTE quando in alcuna opera-
one occorrono minutie di minutie, s'haueran-
ɔ da ridurre ad vna semplice minutia in questo
ıodo. Moltiplica li Numeratori tra di loro, cioè
primo per il secondo, & questo prodotto per
terzo, & in oltre questo prodotto per il quar-
ı, & così di mano in mano, se saranno più
'umeratori. Perche l'vltimo numero prodotto
ırà il Numeratore della minutia semplice,

la

la quale sarà vguale a quella minutia delle minutie. Ma il denominatore sarà il numero prodotto dalla moltiplicatione delli denominatori tra di loro, se si moltiplicaranno, come è stato detto delli numeratori. Come questo rotto di rotti $\frac{3}{5}\frac{4}{7}$. si ridurrà a questa semplice minutia $\frac{12}{35}$. Perche la moltiplicatione delli Numeratori fa 12. & delli denominatori fa 35. Di modo, che tre quinte parti di quattro settime parti d'vn'intiero contengono $\frac{12}{35}$. del medesimo intiero. Così ancora questa minutia di minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{6}$. $\frac{1}{2}$. si ridurrà a questa semplice minutia $\frac{6}{144}$. che ridotta a minimi numeri sarà $\frac{1}{24}$. come costa per il capitolo precedente. Finalmente questa minutia di minutie $\frac{3}{4}\frac{2}{3}\frac{3}{5}$. si ridurà a questa semplice minutia $\frac{12}{60}$. che ridotta à minimi numeri sarà $\frac{3}{10}$.

Ma che questa sia così, in questo modo lo dichiararemo. Poniamo quest'vltima minutia di minutie $\frac{3}{4}\frac{2}{3}\frac{3}{5}$. la quale fù ridotta à questa semplice $\frac{3}{10}$. essere presa da vn scudo. E necessario adũque se la regola detta è vera, che ella contenga tre giulij, che sono $\frac{3}{10}$. di vn scudo, essendo che ogni giulio sia $\frac{1}{10}$. di vn scudo. Il che ogn'vno facilmente potrà conoscere esser vero. Perche $\frac{3}{5}$. di vn scudo contengono 6. giulij, poiche due giulij sono $\frac{1}{5}$. di vn scudo. Ma $\frac{2}{3}$. di 6. giulij sono 4. giulij, & $\frac{3}{4}$. di 4. giulij sono 3. giulij. Per la medesima ragione questa minutia di minutie $\frac{1}{3}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{1}{3}$. esser ben ridotta a questa $\frac{2}{45}$. mostraremo in questo numero 45. così. Perche $\frac{1}{3}$. di questo numero 45. contiene 15. vnità dalle quali se si pigliaranno $\frac{2}{5}$. si prenderanno 6. vnità, dalle quali se vltimamente si pigliarà $\frac{1}{3}$. se prenderanno 2. vnità, che fanno $\frac{2}{45}$. del detto numero 45. Non altrimente si potranno gl'altri essempij dichiarare, & prouare.

DEL

DEL MODO DI RACORRE i numeri rotti. *Cap. XI.*

SE le minutie da raccorsi haueranno vn medesimo denominatore si doueranno raccore i Numeratori, & sotto la somma raccolta scriuere il medesimo denominatore. Ma se le minutie haueranno diuersi denominatori s'haueranno prima da ridurre ad vn medesimo denominatore, & all'hora nel medesimo modo fare la somma, ò raccolta. Come dire la somma raccolta di queste 3. minutie $\frac{2}{13}$. $\frac{4}{13}$. $\frac{6}{13}$. è questa $\frac{12}{13}$. Perche hanno vn medesimo denominatore, & dalli Numeratori è stata rarcolta la somma 12. Si come da 2. scudi 4. scudi, & 6. scudi si fanno 12. scudi. Così ancora da queste minutie $\frac{3}{10}$. $\frac{7}{10}$. si raccoglie questa somma $\frac{10}{10}$. che tanto vale, quanto vn' intiero. Così ancora da queste minutie $\frac{4}{7}$. $\frac{3}{7}$. $\frac{5}{7}$. $\frac{6}{7}$. si raccorrà questa somma $\frac{18}{7}$. che ridotta all'intieri fa 2. $\frac{4}{7}$. Ma accioche queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. si raccolgano in vna somma si doueranno prima ridurre ad vn medesimo denominatore cioè, a queste minutie $\frac{8}{12}$. $\frac{9}{12}$. dalle quali raccolte in vna somma si faranno $\frac{17}{12}$. cioè 1. $\frac{5}{12}$. Et questa è la somma delle due minutie proposte. Si come da 2. scudi, & 3. giulij, se li 2. scudi si ridurranno a 20. giulij, si faranno 23. giulij. Così ancora le minutie $\frac{6}{7}$. $\frac{12}{13}$. $\frac{10}{11}$. $\frac{4}{5}$. acciò in vna somma si raccolgano, si doueranno prima ridurre a queste l'vna medesima denominatione, $\frac{4290}{5005}$. $\frac{4620}{5005}$. $\frac{550}{005}$. $\frac{4004}{5005}$. dalle qualli si fa questa somma $\frac{17464}{5005}$. cioè 3 $\frac{2449}{5005}$.

La raccolta delle minutie, in che modo si faccia.

Se ci saranno intieri insieme con rotti, s'haueranno da raccorre l'intieri da parte, & le minutie

Quando vi sono dell'intieri,

che cosa si habbia à fare.

similmente da parte. Essempio. Da 8. & $\frac{2}{3}$. si fa 8. $\frac{2}{3}$. Così da 8. & 4. $\frac{2}{3}$. si fa 12. $\frac{2}{3}$. Così da 8. $\frac{2}{7}$. & 4. $\frac{6}{7}$. si fa 12. $\frac{8}{7}$. cioè 13. $\frac{1}{7}$. Così da 8. $\frac{2}{3}$. & 4. $\frac{3}{4}$. si farà 12. $\frac{17}{12}$. cioè 13. $\frac{5}{12}$.

Prattica di raccorre tra di loro le minutie di diuerse denominationi.

Di modo, che per raccorre due minutie di diuerse denominationi in vna somma, si hanno da moltiplicare quelle in croce, & raccorre i numeri prodotti per fare il Numeratore della minutia, che s'hà da produrre. Dipoi si hanno da moltiplicare li Denominatori tra di loro, acciò si habbia il Denominatore della medesima minutia. Perche così si riducono quelle due minutie ad vna medesima denominatione, come dal precedente capitolo è manifesto, & li Numeratori si raccolgono insieme. Come douendosi racorre queste due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. moltiplicaremo tanto il Numeratore 2. della prima per il Denominatore 4. della seconda, quanto il Numeratore 3. della seconda per il Denominatore 3. della prima, & li numeri prodotti 8. & 9. raccorremo in vna somma, acciò si facci il Numeratore, 17. Doppo il numero prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro, cioè 12. faremo Denominatore. Sarà dunque la minutia raccolta $\frac{17}{12}$. Ma se saranno più minutie da raccorre che due, racorremo prima le prime due, come hauemo detto: Dipoi la minutia raccolta con la terza minutia nel medesimo modo, & questa prodotta con la quarta, & così di mano in mano. Come se si haueranno d'aggiongere insieme queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{4}{5}$. $\frac{5}{6}$. raccorremo prima dalle prime due questa $\frac{17}{12}$. Doppo da questa, & dalla terza faremo nel medesimo modo $\frac{133}{60}$. Finalmēte da questa, & dalla quarta faremo $\frac{1231}{420}$. cioè 2 $\frac{391}{420}$. che è la somma di tutte.

La proua del racorre si fa per la sottrattione.

Pe-

La proua del racorre delle minutie.

peroche sottraendo dalla somma racolta vna delle due minutie, che si sommano insieme, rimarrà l'altra, se però non si haurà fatto errore nel sommare. Ma se saranno più minutie da raccorre sottraendo vna di quelle dalla somma restarà vna minutia vguale all'altre tutte insieme. Essempio. Perche queste minutie $\frac{3}{4}$. $\frac{5}{12}$. raccolte fanno $\frac{56}{48}$. cioè 1 $\frac{8}{48}$. se da questa somma si sottrarà la prima minutia, cioè $\frac{3}{4}$. come nel seguente Cap. insegnaremo, rimarrà questa minutia $\frac{80}{192}$. che è vguale all'altra minutia $\frac{5}{12}$. come è manifesto, se si ridurrà a minimi termini, ouero se si moltiplicaranno in croce li Numeratori per li Denominatori. Imperoche si produrrà vn medesimo numero tanto dall'80. nel 12. quanto dal 5. nel 192. cioè il numero *690*. Donde seguita, che queste minutie $\frac{80}{192}$. $\frac{5}{12}$. sono vguali, come sopra nel Cap. 7. detto habbiamo.

DEL MODO DI SOTTRARRE *li numeri rotti. Cap. XII.*

SE le due minutie, la minore delle quali s'hà da sottrarre dalla maggiore, haueranno il medesimo Denominatore, se dourà sottrarre il Numeratore dell'vna dal Nominatore dell'altra, & sotto il residuo scriuere il medesimo Denominatore. Ma se haueranno diuersi Denominatori, si hauerãno prima da ridurre ad vn medesimo Denominatore, & all'hora nel medesimo modo far la sottratione. Come se si hà da sottrarre questa minutia $\frac{5}{17}$. da questa $\frac{8}{17}$. sottrarremo il Numeratore 5. dal Numeratore 8. & il resto 3. porremo sopra il medesimo Denominatore 17. acciò si faccia la restante minutia $\frac{3}{17}$. Come se 5. scudi si cauassero da 8. scudi, rimarriano scudi 3. Ma

se si

se si hà da sottrarre questa minutia $\frac{2}{3}$. da questa $\frac{8}{9}$. si doueranno prima ridurre tutte due a queste $\frac{18}{27}$. $\frac{24}{27}$. della medesima denominatione. Doppo sottrare il Numeratore 18. dal Numeratore 24. & il resto 6. porre sopra il commune denominatore 27. acciò si facci la minutia $\frac{6}{27}$. che resta. Come douendosi cauare 2. giulij da 8. scudi, si doueranno prima ridurre li 8. scudi a 80. giulij, acciò rimanghino 78. giulij.

Quando vi sono intieri che si habbia da fare.

Se dall'intieri si douerà cauare qualche numero rotto, s'hauerà da ridurre vn'vnità dell'intieri a' rotti della medesima denominatione, acciò si faccia vna minutia, il Numeratore della quale sia vguale al denominatore, & da quella si ha da sottrarre la minutia proposta, Come douendosi cauare da 10. questa minutia $\frac{6}{11}$. faremo d'vn'vnità $\frac{11}{11}$. da quali se cauaremo $\frac{6}{11}$. rimarranno 9. $\frac{5}{11}$. Imperoche all'intieri mancarà quell'vnità, che è stata ridotta alla minutia.

Ma se dall'intieri si doueranno cauar l'intieri, & di più alcun rotto, si douerà ridurre similmẽte vna vnità di quell'intieri alla minutia della medesima denominatione. Dipoi cauare l'intieri da gl'altri intieri, & il rotto dall'altro rotto. Come se questo num. 4 $\frac{3}{5}$. si habbia da sottrare da 10. faremo d'vna vnità del numer. 10. questa minutia $\frac{5}{5}$. dalla quale se leuaremo $\frac{3}{5}$. rimaranno $\frac{2}{5}$. & se si leuaranno 4. dal resto 9. rimaranno 5. si che tutto il numero ch'auanza, sarà 5 $\frac{2}{5}$.

VLTIMAMENTE se dall'intieri insieme con rotti si douerranno sottrarre intieri, & rotti ouero rotti soli; se il rotto, che si ha da cauare, è minor di quello, dal qual si caua, ò a quello vguale, s'hauerà da sottrare il rotto dal rotto, & l'intieri dall'intieri: Ma se il rotto, che si deue sottrarre, sarà maggior di quello, dal quale si fa la

sot.

sottrattione, s'hauerà da ridurre vna vnità d'interi, dalli quali si deue far la sottrattione al rotto, che gli stà congionto, &c. Come se questo numero 6 $\frac{3}{4}$. si douerà sottrarre da questo 10 $\frac{1}{2}$. perche la minutia $\frac{3}{4}$. è maggiore, che $\frac{1}{2}$. faremo d'vna vnità del numero sano 10. questa minutia $\frac{2}{2}$. la quale con $\frac{1}{2}$. farà $\frac{3}{2}$. dalla quale minutia se si leuarà la minutia $\frac{3}{4}$. restarà la minutia $\frac{6}{8}$. Leuati ancora 6. da 9. rimarrà 3. Sarà dunque tutto il numero, che resta 3 $\frac{6}{8}$.

Quando vi sono più minutie, che si habbia à fare.

CHE se alle volte si douerà sottrare vna minutia da più minutie, ò più da vna, ò più da più s'haurà da auuertir di raccorre prima in vna somma quelle più, tanto quelle, che si sottraggono, quanto quelle, dalle quali si douerà fare la sottrattione.

Prattica di sottrarre vna minutia da vn'altra.

DI modo, che per sottrarre vna minutia dall'altra, quando li Denominatori sono diuersi s'hanno da moltiplicare li Numeratori in croce per li Denominatori, & vn prodotto sottrarre dall'altro, & sotto à quello che resta, mettere il numero prodotto dalla moltiplicatione de i Denominatori tra di loro. Perche in questo modo le due minutie proposte si riducono ad vna medesima denominatione, &c. Come per essempio, douendosi sottrarre la minutia $\frac{3}{4}$. dalla minutia $\frac{7}{9}$. moltiplicaremo il Numeratore 3. dalla minutia, che si caua, per il Denominatore 9. dell'altra, & il prodotto 27. cauaremo dal numero 28. prodotto dalla moltiplicatione del Numeratore 7. della minutia, dalla quale si fa la sottrattione, per il Denominatore 4. dell'altra, & sotto l'vnità rimasta porremo il numero 36. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro, acciò si facci la minutia che resta $\frac{1}{36}$.

LA proua della sottrattione si fa per il rac-

La proua del sottrarre delle minutie.

corre. Perche se la minutia rimasta si aggiongerà alla minutia sottratta, si rifarà quella minutia, della quale è stata fatta la sottrattione, se non si è fatto errore. Come dire, perche sottraendo questa minutia $\frac{3}{4}$. da questa $\frac{7}{9}$. rimane questa minutia $\frac{1}{36}$. come nel prossimo essempio è stato chiaro, se si aggiongerà $\frac{1}{36}$. a $\frac{3}{4}$. si farà questa minutia $\frac{112}{144}$. che ridotta a minimi termini, sarà questa $\frac{7}{9}$. dalla quale è stata fatta la sottrattione. Così ancora, perche sottraendo questa minutia $\frac{2}{3}$. da questa $\frac{6}{8}$. rimane questa minutia $\frac{2}{24}$. la quale se si aggiongerà a $\frac{2}{3}$. si farà questa minutia $\frac{54}{72}$. che è vguale alla minutia $\frac{6}{8}$. dalla quale è stata fatta la sottrattione, come è manifesto, se l'vna, & l'altra si ridurrà a minimi termini; Perche sempre si ritrouarà questa minutia $\frac{3}{4}$. Ouero se li Numeratori di quelle si moltiplicaranno in croce per li Denominatori: Perche sempre produrranno vn medesimo numero, cioè, 432.

DEL MODO DI MOLTIPLICARE i numeri rotti. Cap. XIII.

La moltiplicatione delle minutie in che modo si faccia.

SE si moltiplicaranno tra di loro li Numeratori, si produrà il Numeratore della moltiplicatione; ma dalla moltiplicatione de i Numeratori, si farà il Denominatore della medesima. Come dalla moltiplicatione di $\frac{2}{3}$. per $\frac{3}{4}$. si farà $\frac{6}{12}$. cioè $\frac{1}{2}$. Perche li Numeratori moltiplicati tra di loro fanno 6. & li Denominatori 12.

Quando vi sono intieri, che si debba fare.

QVANDO vna minutia si douerà moltiplicare per vn num. intiero, s' hauerà da porre sotto il num. intiero vn' vnità, acciò da esso si facci quasi vn certo rotto denominato dall' vnità. Doppo s' osseruerà la regola che poco fa hauemo data. Come se si haue-

$\frac{8}{1}$. $\frac{4}{5}$.

ránno da moltiplicare 8. per $\frac{4}{7}$. scriueremo 1.
to l' 8. come tù vedi nel proposto essempio.
lunque se si moltiplicaranno tra di loro tanto
Numeratori, quanto li Denominatori, si pro-
rrà questa minutia $\frac{32}{7}$. che val tanto, quanto
$\frac{5}{2}$.

Ma quando al num. intiero è congionta qual-
le minutia, s'hauerà da ridurre il num. intiero a
uella minutia, acciò da esso, & dalla minutia at-
ccata si facci vn rotto. Come douen-
osi moltiplicare 8. per $3\frac{5}{6}$. faremo 3 $\frac{8}{1}$. $\frac{23}{6}$.
la minutia $\frac{23}{6}$. & sotto il num. 8. met-
eremo 1. come tù vedi esser stato fatto quì. Se a-
unque si moltiplicarãno tra di loro tanto li Nu-
eratori, quanto li Denominatori, si produrrà
uesta minutia $\frac{184}{6}$. equiualente a questo num. 30
. Di più se si douranno moltiplicare $4\frac{2}{3}$. per $\frac{1}{2}$. ri-
durremo $4\frac{2}{3}$. a $\frac{14}{3}$. come quì tù vedi.
Et si produrrà dalla moltiplicatione $\frac{14}{3}$ $\frac{1}{2}$.
questa minutia $\frac{14}{6}$. cioè $2\frac{2}{6}$. Nel me-
desimo modo, se si doueranno moltiplicare $4\frac{1}{2}$.
per $3\frac{1}{7}$. ridurremo il num. primo a $\frac{9}{2}$.
& il secondo a $\frac{22}{7}$. come tù vedi $\frac{9}{2}$. $\frac{22}{7}$.
nell' essempio quì posto. Moltipli-
cando adunque tra di loro tanto li Numeratori,
quanto li Denominatori, si produrã questa mi-
nutia $\frac{198}{14}$. cioè $14\frac{2}{14}$.

La proua della moltiplicatione si fa per la di- uisione. Perche se si diuiderà la minutia prodotta per vna delle due, che sono moltiplicate, necessariamente verrà nel Quotiente l'altra minutia moltiplicata. Come se dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. si fa $\frac{4}{14}$. è necessario, che partendo $\frac{4}{14}$. per $\frac{1}{2}$. si produca $\frac{4}{7}$. ma partendo la medesima minutia $\frac{4}{14}$ per $\frac{4}{7}$. si facci $\frac{1}{2}$. Ma perche partendo $\frac{4}{14}$. per $\frac{1}{2}$. si produca $\frac{8}{14}$. la qual minutia

La proua della moltiplicatione delle minutie, come si faccia.

è vguale à questa $\frac{4}{7}$.& diuidendo il medesimo rotto $\frac{4}{14}$. per $\frac{4}{7}$. si produca $\frac{28}{56}$.cioè $\frac{1}{2}$.sarà manifesto dal seguente capitolo.

Perche nella moltiplicatione delle minutie si produchi vna minutia minore dell'vna, & l'altra, che moltiplica.

Nè deue fare marauiglia ad alcuno, che la moltiplicatione delle minutie produchi sempre vna minutia minore dell' vna, & l'altra minutia, che moltiplica, come nell' vltimo essempio, che hauemo dato nella proua, è manifesto, doue dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$.è prodotta la minutia $\frac{4}{14}$. cioè $\frac{2}{7}$. la quale è minore dell' vna, & l' altra minutia, che moltiplica. Percioche se si cõsidera bene la natura della moltiplicatione, facilmente conoscerà ogn'vno, questo necessariamente così douer essere. Perche essendo, che all' hora vn numero si dica esser moltiplicato per vn' altro, quando vno d'essi si piglia tante volte, quante volte l'altro contiene l'vnità, come nel cap. 4. hauemo detto,è cosa chiara, che nè l'vna,nè l'altra minutia, che moltiplica, si può pigliare tutta nel numero prodotto; ma solamente certi fragmenti di essa, cioè, fragmenti dell'vnità, quali ci vengono significati per l'altra minutia, che moltiplica,poiche questa minutia è minore dell'vnità imperoche di quì è, che si come la minutia, che moltiplica, non contiene l' vnità intiera, così ne auco il num.prodotto conterrà tutta l'altra minutia, che moltiplica.Come nel prossimo essempio, si come $\frac{1}{2}$. è la meza parte dell'vnità,così ancora il num.prodotto $\frac{4}{14}$. cioè $\frac{2}{7}$. è la mezza parte di questa minutia $\frac{4}{7}$. come ricerca la definitione della moltiplicatione. Bene adunque dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. si produce questa minutia $\frac{4}{14}$.cioè $\frac{2}{7}$.Questo ancora sarà più chiaro dal commune modo di parlare Italiano. Imperoche, si come,quando si moltiplica 3. per 6.intendiamo, che si ha da pigliare il 3.sei volte, ouero il

ro il 6. tre volte, cioè 18. così ancora, quando si moltiplica $\frac{1}{2}$. per $\frac{4}{7}$. vogliamo dire, che si deui pigliare $\frac{4}{7}$. vna meza volta, ouero, che si ha da pigliare la metà di $\frac{4}{7}$. ouero $\frac{4}{7}$. di $\frac{1}{2}$. cioè, solamente $\frac{2}{7}$. Essendo chiaro, che la metà di $\frac{4}{7}$. fa $\frac{2}{7}$. & $\frac{4}{7}$. di $\frac{1}{2}$ fanno $\frac{2}{7}$. ouero $\frac{4}{14}$. poiche $\frac{1}{7}$. di $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{14}$ & come costa dalla riduttione di queste minutie di minutie $\frac{4}{7}$. $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{7}$. $\frac{1}{2}$. Imperoche per il cap. 10. la prima si ridurrà a questa semplice $\frac{4}{14}$. & la seconda a questa $\frac{1}{14}$. Così ancora dalla moltiplicatione di 9. per $\frac{1}{3}$ si produce questa minutia $\frac{4}{3}$. cioè questo numero 3. che è minore di 9. Perche si come $\frac{1}{3}$. è la terza parte dell' vnità, così il numero 3. è la terza parte del numero 9. Ouero, si come il numero prodotto 3. contiene $\frac{1}{3}$. noue volte, così il numero 9. contiene noue vnità. Non è adunque marauiglia, che si produca minor numero dell' vna, & dell' altra minutia moltiplicante, quando ciascuna di esse è minore, che l' vnità. Imperoche quando si moltiplica vn numero intiero per vn rotto, si produce ben sempre vn numero minore, che l' intiero moltiplicato, ma maggiore, che la minutia moltiplicante, si come nel prossimo essempio s'è visto. Così ancora se l' intieri per l' intieri insieme con rotti, ouero l' intieri insieme con rotti per l'intieri insieme con rotti si moltiplicaranno, sempre si produrrà maggior numero dell' vno, & dell' altro numero moltiplicante, per amor del numero intiero, che moltiplica l' intieri. Come dire dalla moltiplicatione di 4. per 3. $\frac{1}{4}$. si farà il numero $\frac{52}{4}$. cioè 13. Perche il numero 4. pigliato tre volte fa 12. & la quarta parte di esso è 1. ouero, perche il numero 3. pigliato quattro volte fa 12. & la minutia $\frac{1}{4}$. pigliata quattro volte $\frac{4}{4}$. cioè 1.

DEL MODO DI DIVIDERE i numeri rotti. Cap. XIV.

Come si facci la diuisione delle minutie.

PER più facilità, la regola della diuisione si potrà ridurre alla regola della moltiplicatione, in questo modo. Si cambino tra di loro li termini, ò numeri della minutia, che è partitore, cioè, il Numeratore si scriua sotto la lineetta, & il Denominatore di sopra. Perche fatto questo, se la regola datta della moltiplicatione nel capitolo precedente si osseruarà, cioè se tanto li Numeratori tra se, quanto Denomioatori tra di loro si moltiplicaranno, si produrrà il numero Quotiente. Come douendosi diuidere questa minutia $\frac{1}{2}$. per $\frac{1}{6}$. starà l'essempio, come quì vedi. Moltiplicando adunque tanto li Numeratori, quanto li Denominatori tra di loro, si produrrà questa minutia $\frac{6}{2}$. cioè, il numero 3. che è il Quotiente.

$\frac{1}{2}$. $\frac{6}{1}$.

Così ancora se si douerà diuidere la minutia $\frac{2}{5}$. per $\frac{3}{7}$. starà l'essẽpio, come quì vedi. Et il Quotiente sarà $\frac{1}{1}$. $\frac{4}{5}$.

$\frac{2}{5}$. $\frac{7}{3}$.

Quando vi sono dell' intieri, che si habbia à fare.

Quando vn numero intiero si hà da diuidere per vna minutia, ò per vn numero intiero, con rotti. Ouero vna minutia per vn numero intiero, ò per vn numero intiero con rotti: Ouero finalmente vn numero intiero con rotti per rotti, ò per vn numero intiero, ò per vn numero intiero con rotti; si douerà porre sotto il numero intiero vn'vnità, se il num. intiero sarà solo senza rotto; Ma se il num. sarà intiero con rotto, si douerà ridurre quel num. intiero alla minutia, che gli stà attaccata, acciò si facia vna totale minutia, come nel Capit. precedente hauemo detto.

Dop-

Doppo si ha da osseruare la regola già detta. Come nelle seguenti Diuisioni staranno li essempij, insieme con li Quotienti loro, come quì vedi.

				li Quotienti.
6. per $\frac{2}{3}$.	Così staranno gl'essempi.	$\frac{6}{1}$.	$\frac{3}{2}$.	$\frac{18}{2}$. ouero 9.
6. per $4\frac{2}{3}$.		$\frac{6}{1}$.	$\frac{3}{14}$.	$\frac{18}{14}$. ouero $1\frac{2}{7}$.
$\frac{2}{3}$. per 6.		$\frac{2}{3}$.	$\frac{1}{6}$.	$\frac{2}{18}$. ouero $\frac{1}{6}$.
$\frac{2}{3}$. per $6\frac{1}{2}$.		$\frac{2}{3}$.	$\frac{3}{13}$.	$\frac{6}{39}$.
$6\frac{1}{2}$. per $\frac{3}{4}$.		$\frac{13}{2}$.	$\frac{4}{3}$.	$\frac{52}{6}$. ouero $8\frac{2}{3}$.
$6\frac{1}{2}$. per 3.		$\frac{13}{2}$.	$\frac{1}{1}$.	$\frac{13}{6}$. ouero $\frac{1}{6}$.
6^1. per 3. $\frac{4}{5}$.		$\frac{13}{2}$.	$\frac{5}{19}$.	$\frac{65}{38}$. ouero 1. $\frac{27}{38}$.

ALCVNI danno questa regola della Diuisione delle minutie. Il Numeratore della minutia, che si ha da partire, (posta l'vnità sotto gl'intieri, se vi sono, & ridotti gl'intieri alla minutia, che egli è a lato, se ci è) si moltiplichi per il Denominatore della minutia, per la quale si diuide. Perche in questo modo si produrrà il Numeratore della minutia Quotiente. Ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione del Denominatore della minutia, che si ha da partire, per il Numeratore della minutia, per la quale si diuide. Il che in vero è il medemo, come se si cambiassero tra di loro i termini, ò numeri del partitore, & si seruasse la regola della moltiplicatione, come è manifesto. Ma perche alcuno potrebbe stare alle volte in dubbio, se il Numeratore della minutia, che si diuide, ouero di quella, per la quale si diuide, produca il Numeratore della minutia Quotiente,

In che modo gl'altri insegnino di diuidere le minutie.

tiente, (perche facilmente questa cosa potrebbe vscire di memoria) più mi piace la prima regola da noi data, nella quale la regola della Diuisione si riduce alla regola della moltiplicatione.

La proua della Diuisione delle minutie.

La proua della Diuisione si fa per la moltiplicatione. Perche se si moltiplicarà la minutia Quotiente per la minutia, per la quale si diuide, si produrrà necessariamente la minutia diuisa. Essempio. Perche dalla Diuisione di $\frac{4}{5}$. per $\frac{1}{2}$. si produce la minutia $\frac{8}{5}$. cioè $1\frac{3}{5}$. seguita, che dalla moltiplicatione di $1\frac{3}{5}$. per $\frac{1}{2}$. si produchi la minutia diuisa $\frac{4}{5}$. Il che è verissimo. Imperoche si produce da questa moltiplicatione la minutia $\frac{8}{10}$. che è vguale a questa $\frac{4}{5}$. come è manifesto.

Perche spesse volte nella diuisione delle minutie, il Quotiente sia maggiore, della minutia diuisa.

Ma che nella Diuisione delle minutie spesse volte si produca vn Quotiente maggiore, che la minutia, che si diuide, come nella diuisione di $\frac{6}{7}$. per $\frac{2}{7}$. è manifesto, nella quale il Quotiente è $\frac{42}{14}$. cioè 3. non deue far marauiglia ad alcuno. Perche essendo, che il numero Quotiente significhi, quãte volte il partitore si contẽga nel numero, che si diuide, chiara cosa è, quando la minutia, per la quale si diuide, è minore, della minutia, che si diuide, che quella in questa viene ad essere contenuta più d'vna volta, & però che'l Quotiente habbia ad essere maggiore, che 1. ancorche la minutia, che si diuide, sia minor che 1. Come nel prossimo essempio: perche la minutia $\frac{2}{7}$. per la quale si diuide, si contiene nella minutia $\frac{6}{7}$. che diuide, tre volte, auuiene, che'l Quotiente sia 3. acciò mostri, quella in questa essere contenuta tre volte. Il medesimo ancora dalla definitione della Diuisione chiaramente apparisce. Perche conciosia che la Diuisione sia vn ritrouamento di vn numero, che tante volte contenghi l'vnità, quante volte il num. che si diuide, contiene

in

in se il partitore, come nel cap. 5. hauemo detto, è chiaro, che nella prossima Diuisione il Quotiente debba essere 3. cioè, che contenghi tre volte l'vnità, si come ancora la minutia $\frac{6}{7}$. che si diuide, contiene la minutia $\frac{2}{7}$. per la quale si diuide, tre volte. Adunque non è marauiglia, che nella Diuisione delle minutie sempre si produca vn Quotiente maggiore del numero, che si diuide quando il partitore è minore d'1. & minore anco della minutia che si diuide, come nel dato essempio è stato chiaro. Et il medesimo nella Diuisione di 6. per $\frac{1}{2}$. apparisce, doue il Quotiente è 12. perche la minutia $\frac{1}{2}$. per la quale si diuide, è contenuta 12. volte nel num. 6. che si diuide.

Quando il Quotiente sia maggiore, del numero, che si diuide, nella Diuisione delle minutie.

La qual cosa però più generalmente dimostraremo, ogni volta, che'l partitore è minore, dell'vnità, ancorche non sia minore, del numero, che si diuide, in questo modo. Essendo la Diuisione vn ritrouamento d'vn numero, che tante volte contenga l'vnità, quante volte il numero, che si diuide, contiene in se il partitore, sarà necessariamente tal proportione del Quotiēte all' vnità qual'è del numero, che si diuide, al partitore, & per la proportione permutata, tal proportione del Quotiente al numero, che si diuide, quale è dell'vnità al partitore. Essēdo adūq; l'vnità maggiore, del partitore, per la suppositione, sarà ancora il Quotiente maggiore, del nu. che si diuide.

Nondimeno quando il partitore è maggiore, d'1. sempre il Quotiente sarà minore del numero che si diuide. Essempio. Diuidendosi $\frac{8}{9}$. per 1. $\frac{1}{2}$. il Quotiente è $\frac{16}{27}$. Et 6 $\frac{1}{2}$. per 1 $\frac{2}{3}$. il Quotiente è $\frac{39}{10}$. cioè 3 $\frac{9}{10}$. Et partendosi 100. $\frac{1}{2}$. per 10. $\frac{3}{4}$. il Quotiente è $\frac{804}{86}$. cioè 9 $\frac{30}{86}$. ouero 9 $\frac{15}{43}$. Di più partendosi 3 $\frac{1}{5}$. per 1 $\frac{1}{2}$. il Quotiente è $\frac{32}{15}$. cioè 2 $\frac{2}{15}$. doue tù vedi, il

Quando il Quotiente sia minore nelle minutie, del num. che si diuide.

Quo

Quotiente sempre esser minore del numero, che si diuide.

La ragione è, perche essendo la Diuisione vn ritrouamento d'vn numero, che tante volte contenga l'vnità, quante volte il numero, che si diuide, contiene in se il partitore; sara necessariamēte tal proportione del Quotiente all'vnità, quale è del numero, che si diuide, al partitore; & per la proportione permutata, tal proportione del Quotiente al numero, che si diuide, qual'è dell'vnità al partitore. Essendo adūque l'vnità minore, del partitore, per la suppositione sarà ancora il Quotiente minore, del numero, che si diuide.

ANNOTATIONE.

Tutto questo della linea, che comincia (La qual cosa però, &c.) *fin quì, l'Autore l'ha mutato così, imperoche nell'Esemplare Latino non stà in questo modo: Et egli vorrebbe, che così si leggesse nel Latino, come stà quì nel volgare; Essendo la cosa assai più chiara quì, che lì, & più vniuersale.*

DEL MODO DI INESTARE i numeri rotti. Cap. XV.

Che cosa sia l'inestamento delle minutie. SOGLIONO alcuni Aritmetici vsare vna certa operatione nelle minutie, che chiamano inestamento (alcuni la chiamano infilzamento) Il quale inestamento non è altro, che essendo proposte due, ouero più minutie, delle quali ciascheduna sia vn rotto, ò di vna sola particola di tutte le seguenti minutie per ordine, ouero vn rotto di tutte le seguenti minutie intiere per ordine, vn'aggiongere tutte le proposte minutie di questa sorte, all'vltima minutia, rispetto della quale si pigliano tutti quelli rotti di rotti: Di maniera, ch'in vn certo modo s'inestino, ò s'inseri-

rischi-

rischino, & s'infilzino le precedenti minutie alle seguenti. Donde quest'operatione ha preso il nome di inestamento, come nelli essempij sarà chiaro. Come dire, se saranno proposte queste due minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. di modo; che la prima sia vn rotto di vna sola particella dell'vltima, ouero vn rotto di tutta l'vltima: cioè, di modo, che la prima contenga ò due terze parti di vna quarta parte, ouero due terze parti di tre quarte parti: l'operatione, con la quale aggiongiamo $\frac{2}{3}$. di vn quarto, ouero $\frac{2}{3}$. di tre quarti à $\frac{3}{4}$. si chiama inestamento. Nel medesimo modo, se saranno proposte queste quattro minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. siche ciascheduna sia vn rotto, ò d' vna sola particola di tutte le seguenti, ouero vn rotto di tutte quante le seguenti intiere, cioè, che la prima contenga ò due terzi di vn quarto di vn quinto di vn settimo; & la seconda significhi tre quarti di vn quinto di vn settimo; & la terza comprenda due quinti di vn settimo; ouero, che la prima contenga due terzi di tre quarti di due quinti di quattro settimi; & la seconda cõprenda tre quarti di due quinti di quattro settimi; & la terza significhi due quinti di quattro settimi; l'operatione, con la quale si aggiongono tutti questi rotti di rotti, cioè $\frac{2}{3}$. di vn quarto di vn quinto di vn settimo; & $\frac{3}{4}$. di vn quinto di vn settimo; & $\frac{2}{5}$. di vn sttimo; ouero $\frac{2}{3}$. di tre quarti di due quinti di quattro settimi; & $\frac{3}{4}$. di due quinti di quattro settimi; & $\frac{2}{5}$. di quattro settimi à $\frac{4}{7}$. si chiama inestamento, & così dell'altre.

E adunque l'inestamento di due sorti; l'vna, quãdo ciascheduna minutia è vn rotto d' vna sola particola di tutte le seguẽti minutie per ordine; l'altra, quando ciascheduna minutia è vn rotto di tutte l'intiere minutie seguenti per ordine,

si

si come nelli essempij è stato manifesto. Essendo questo così tutti gl'Aritmetici hanno parlato solamente del primo inestamento senza farne mẽtione alcuna del secondo, forse per questa causa: perche il primo è molto vtile à diuidere qual si voglia numero intiero insieme con alcun rotto, per vn numer. intiero, si come poco più à basso diremo. Ma perche il secondo inestamento ancora è molto vtile nelle progressioni Geometriche, come piacendo a Dio, nella nostra Aritmetica maggiore dichiararemo, daremo la regola dell'vno, & dell'altro inestamento.

L'inestamento perche causa sia stato ritrouato.

La differẽza, che è tra l'inestamento, & la ridottione delle minutie di minutie.

E gran differenza tra l'inestamento, & quella operatione, con la quale nel cap. 9. hauemo insegnato il modo di ridurre le minutie di minutie ad vna semplice minutia. Perche iui essendoci proposte, verbi gratia, queste due minutie $\frac{2}{3}\,\frac{3}{4}$. in modo, che la prima sia vn rotto della seconda, ricercauamo solamente, che sorte di minutia semplice facessero due terzi, di tre quarti, & ritrouauamo, che faceuano $\frac{6}{12}$. cioè $\frac{1}{2}$. d'vn'intiero. Ma quì cercaremo, che sorte di minutia si faccia, se si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di vn quarto, ouero $\frac{2}{3}$. di tre quarti, a $\frac{3}{4}$. che nel primo modo si farà questa minutia $\frac{11}{12}$. ma nell'altro modo questa $\frac{15}{12}$. cioè $1\,\frac{1}{4}$. delle quali l'vna, & l'altra è differente assai da $\frac{1}{2}$. Nel medesimo modo si vedrà la differenza, se saranno più minutie, di due.

Prima regola dell'inestamẽto di due minutie.

Se adunque si proponeranno due minutie, delle quali la prima sia vn rotto di vna sola particella della seconda, così si farà l'inestamento. Moltiplichisi il Numeratore della seconda minutia, per il Denominatore della prima, & al prodotto numero si aggionga il Numeratore della medesima prima. Perche questa somma sarà il Numeratore della minutia, che si ha da produrre, ma

il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Essempio. Se saranno date queste due minutie $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$. così si farà l'inestamento, ouero così si sommaranno $\frac{2}{3}$. di vn quarto con $\frac{3}{4}$. Moltiplicandosi il Numeratore 3. della seconda minutia, per il Denominatore 3. della prima si fa 9. & aggiongendo il Numeratore 2. della medesima prima minutia si fa 11. cioè, il Numeratore della minutia, che si hà da produrre. Ma il Denominatore sarà il numero 12. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Si che questa minutia $\frac{11}{12}$. risulta di $\frac{2}{3}$. di vn quarto sommati con $\frac{3}{4}$. Il che facilmente si potrà prouare per la regola del sommare i rotti. Imperoche essendo, che $\frac{2}{3}$. di vn quarto, secondo la riduttione delle minutie di minutie, faccino $\frac{2}{12}$. se si aggiongeranno $\frac{2}{12}$. a $\frac{3}{4}$. si faranno $\frac{44}{48}$. cioè $\frac{11}{12}$. come prima.

Mà se si daranno più minutie, di due, delle quali ciascheduna sia vn rotto di vna sola particola di tutte le seguenti per ordine, l'inestamento si farà in questo modo. Si moltiplichi il Numeratore dell'vltima minutia, per il Denominatore della penultima, & al numero prodotto si aggiõga il Numeratore della medesima penultima. Doppo si moltiplichi questa somma per il Denominatore della minutia antepenultima, & al prodotto numero si aggionga il Numeratore della medesima antepenultima. Dipoi si moltiplichi ancora questa somma per il Denominatore della prossima antecedente minutia, & al num. prodotto si aggionga il Numeratore della medesima minutia, che precede; & così di mano in mano, se saranno più minutie, l'vltima somma sempre si moltiplichi per il Denominatore della precedente minutia, & al prodotto si aggionga il Nume-

In che modo più minutie, di due s'inestino insieme per la prima regola.

ra-

ratore della medesima precedente minutia, sin che non resti alcuna minutia: perche l'vltima somma sarà il Numeratore della minutia, perche che si hà da produrre: ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Come, se saranno date queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. così si farà l'inestamento, cioè, così si sommaranno $\frac{2}{3}$. di vn quarto di vn quinto di vn settimo, & $\frac{3}{4}$. di vn quinto di vn settimo, & $\frac{2}{5}$. di vn settimo con $\frac{4}{7}$. Dalla moltiplicatione del Numeratore 4. dell'vltima minutia per il Denominatore 5. della penultima, si fanno 20. aggiongendo il Numeratore 2. della medesima penultima minutia, si fanno 22. che moltiplicati per il Denominatore 4. dell'antepenultima minutia fanno 88. aggiongendo il Numeratore 3. della medesima antepenultima minutia, si fanno 91. che moltiplicati per Denominatore 3. dell'antecedente minutia, che è la prima, fanno 273. aggiungendo il Numeratore 2. della medesima prima minutia precedente si fanno 275. che sarà il Numeratore della minutia, che si hà da produrre. Ma il Denominatore sarà il numero 420. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro, cioè, dalla moltiplicatione del primo per il secondo, & di questo numero prodotto per il terzo, &c. Si che da questo inestamento ne nascerà questa minutia $\frac{275}{420}$. che ridotta alli minimi termini sarà $\frac{55}{84}$. Il che per la regola del sommare i rotti si prouarà in questo modo. Perche $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{7}$. per la regola del ridurre le minutie di minutie, fanno $\frac{2}{420}$. Et $\frac{3}{4}$. $\frac{1}{5}$. $\frac{1}{7}$. fanno $\frac{3}{140}$. & $\frac{2}{5}$. $\frac{1}{7}$. fanno $\frac{2}{35}$. se queste tre minutie $\frac{2}{420}$. $\frac{3}{140}$. $\frac{2}{35}$. si sommaranno con $\frac{4}{7}$. si farà $\frac{9432500}{14400000}$. cioè, ne i minimi termini $\frac{55}{84}$. come prima. Ma molto più facilmente, & più presto fù ritrouata questa

som-

ſomma per l'ineſtamento.

IN queſta regola dell'ineſtare, niuna minutia ſi ha da ridurre alli minimi termini, prima che ſia finita tutta l'operatione, perche il ſenſo ſi variarebbe, & ſi farebbe grand'errore. Ma finita l'operatione, ſi potra ridurre la ſomma prodotta alli minimi termini, come da noi è ſtato fatto. Perche hauemo ridotto queſta minutia $\frac{275}{420}$. prodotta dell'ineſtamento, à queſta $\frac{55}{84}$. Ma che il ſenſo ſi variarebbe, & ſi farebbe errore ſe alcuna minutia ſi riduceſſe a minimi termini, innanzi al fine dell'operatione, è coſa chiara. Perche, ſe ſi doueranno ineſtare queſte minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{8}{12}$. cioè aggiongere $\frac{2}{3}$. di vn duodecimo a $\frac{8}{12}$. ſi fara $\frac{26}{30}$. Ma ſe l'vltima minutia $\frac{8}{12}$. ſi riduceſſe a minimi termini, come dire a queſta minutia $\frac{2}{3}$. ſi douerebbono ineſtare $\frac{2}{3}\frac{2}{3}$. cioè ſommare $\frac{2}{3}$. di vn terzo con $\frac{2}{3}$. Il qual ſenſo è molto diuerſo dal primo: & perciò ſi farebbe da queſto ineſtamento vn'altra minutia, cioè $\frac{8}{9}$. molto diuerſa dalla prima minutia prodotta $\frac{26}{36}$. Nondimeno queſta prima minutia prodotta $\frac{26}{36}$. ſi può ridurre a queſta ne i minimi termini $\frac{11}{18}$.

Le minutie, che s'ineſtano ſecondo la prima regola, non ſi deuono ridurre alli minimi termini innanzi il fine dell'operatione.

NON è anco da laſciar di dire, che la ſomma raccolta dall'ineſtamento gia eſpoſto, ſe l'vltima minutia è minore dell' vnità ſempre è minore dell'vnità, ancorche s'ineſtino infinite minutie. Come ſe queſte minutie $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{2}$. $\frac{4}{5}$. s'ineſtino, faranno, queſta minutia $\frac{119}{120}$. che è minore dell'vnità. Et che queſto debba eſſere così, ſi può dichiarare in queſto modo. Perche, accioche $\frac{4}{5}$. faccino vna vnità, ne manca $\frac{1}{5}$. & la minutia precedente $\frac{1}{2}$. che ſi aggionge a $\frac{4}{5}$. non è $\frac{1}{5}$. ma $\frac{1}{2}$. di vn quinto; ſeguita, che a compire l'vnità, manchi ancora $\frac{1}{3}$. di vn quinto. Et perche l'antecedente minutia $\frac{2}{3}$. che ſi aggionge, non è $\frac{1}{2}$. di vn quinto,

La ſomma dell'ineſtamento ſecondo la prima regola, ſēpre è minore dell'vnità & perche cauſa.

ma

ma $\frac{2}{3}$. di vn mezzo di vn quinto; seguita, che per compire l'vnità, manchi ancora $\frac{1}{3}$. di vn mezo di vn quinto. Di più, perche la precedente minutia $\frac{3}{4}$. non è $\frac{1}{3}$. di vn mezzo di vn quinto, ma $\frac{3}{4}$. di vn terzo di vn mezzo di vn quinto; seguita, che per fornire l'vnità, manchi ancora $\frac{1}{4}$. di vn terzo di vn mezzo di vn quinto. Et così di mano in mano, se fossero piu minutie, sempre mancarà alcuna cosa a compire l'vnità.

L'vso della prima regola dell'inestamẽto nel diuidere vn numer. intiero insieme con vn rotto per vn numer. intiero.

MA acciò tù veda, quanto sia eccellente l'vso di questa prima regola dell'inestare nel diuidere vn numero intiero insieme con vna minutia per vn'altro numero intiero, addurò vno, ò due essempij. Habbiasi da diuidere 20. $\frac{1}{4}$. per 12. Diuidendosi l'intieri 20. per 12. si fà il Quotiente 1. $\frac{8}{12}$. Et perche la minutia $\frac{1}{4}$. si deue ancora diuidere per 12. & il Quotiente aggiongere al primo Quotiente; seguita, che essendo il Quotiente (se si diuide $\frac{1}{4}$. per 12.) $\frac{1}{4}$. di vn duodecimo, si come quando si diuide 1. per 12. il Quotiente è $\frac{1}{12}$. seguita dico, che se s'inestano queste minutie $\frac{1}{4}$. $\frac{8}{12}$. cioè, se si aggionge $\frac{1}{4}$. di vn duodecimo (cioè, il Quotiente della diuisione di $\frac{1}{4}$. per 12.) a $\frac{8}{12}$. si faccia vna minutia: che aggionta al Quotiente intiero 1. componghi tutto il Quotiente. Facendosi adunque dall'inestamento di queste minutie $\frac{1}{4}\,\frac{8}{12}$. questa minutia $\frac{3}{4}\,\frac{3}{8}$. cioè $\frac{1}{1}\,\frac{1}{6}$. sarà tutto il Quotiente 1 $\frac{1}{1}\,\frac{1}{6}$. Il medesimo farai, se il partitore 12. metterai sotto il numero 20. intiero, che si ha da diuidere, acciò si faccia questa minutia $\frac{20}{12}$. & a questa minutia inestarai la minutia $\frac{1}{4}$. che ancora s'ha da diuidere in questo modo, $\frac{1}{4}$. $\frac{20}{12}$. Percioche la minutia $\frac{20}{12}$. è il Quotiente della diuisione di 20. per 12. al quale per l'inestamento si aggionge $\frac{1}{4}$. di vn duodecimo, cioè il Quotiente della diuisione di $\frac{1}{4}$. per 12. Ma che nel-

nell'vno, & l'altro modo si facci bene la diuisione di 20 $\frac{1}{4}$. per 12. facilmente lo potrai esperimentare per la regola della diuisione. Imperoche se diuiderai 20. $\frac{1}{4}$. per 12. ritrouerai il Quotiente $\frac{8}{4}$. $\frac{1}{8}$. cioè 1. $\frac{3}{4}$ $\frac{3}{8}$. ouero 1 $\frac{1}{1}$ $\frac{1}{6}$. come prima.

Habbiasi ancora da partire 100 $\frac{5}{6}$. per 8. Partendosi l'intieri 100. per 8. si fa il Quotiente 12 $\frac{4}{8}$. Et perche la minutia $\frac{5}{6}$. si deue diuidere ancora per 8. & il Quotiente aggiongere al primo Quotiente; seguita, che essendo il Quotiente (se si diuiderà $\frac{5}{8}$. per 8.) $\frac{5}{6}$. di vn'ottauo, si come, se si diuide 1. per 8. il Quotiente è $\frac{1}{8}$. seguita dico, che se s'inestaranno queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{4}{8}$. cioè, se si aggiongeranno $\frac{5}{6}$. di vn' ottauo (cioè, il Quotiente della diuisione di $\frac{5}{6}$. per 8.) a $\frac{4}{8}$. si facci vna minutia, ch'aggionta al Quotiente intiero 12. componghi tutto il Quotiente. Facendosi adunque dell'inestamento di queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{4}{8}$. questa minutia $\frac{2}{4}$ $\frac{9}{8}$. sarà tutto il Quotiente 12 $\frac{2}{4}$ $\frac{9}{8}$. Il medesimo farai, se il partitore 8. metterai sotto il numero intiero 100. che si ha da diuidere, acciò si faccia questa minutia $\frac{100}{8}$. & a questa minutia inestarai la minutia $\frac{5}{6}$. che s'ha ancora da diuidere in questo modo, $\frac{5}{6}$. $\frac{100}{8}$. Perche la minutia $\frac{100}{8}$. è il Quotiente della diuisione di 100. per 8. alla quale per l'inestamento si aggiongono $\frac{5}{6}$. di vn' ottauo, cioè, il Quotiente della diuisione di $\frac{5}{6}$. per 8. Il medesimo Quotiente 12. $\frac{2}{4}$ $\frac{9}{8}$. affatto ritrouarai, se per la regola della diuisione partirai 100. $\frac{5}{6}$. per 8. Perche farai il Quotiente $\frac{605}{48}$. cioè 12. $\frac{7}{4}$ $\frac{9}{8}$.

Finalmente habbiasi da diuidere 100 $\frac{5}{6}$. per 10. Diuidendosi l'intieri 100. per 10. Il Quotiẽte è 10. & auanza nulla. Et perche s'ha da diuidere

ancora la minutia $\frac{5}{6}$. per 10. & il Quotiente aggiongere al primo Quotiente; di qui nasce; ch' essendo (se si diuide $\frac{5}{6}$. per 10.) il Quotiente $\frac{5}{6}$. di vn decimo, si come diuidendosi 1. per 10. il Quotiente è $\frac{1}{10}$. Di quì nasce dico, che se s'inestaranno queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{0}{10}$. cioè, se si aggiongeranno $\frac{5}{6}$. di vn decimo (cioè, il Quotiente della diuisione di $\frac{5}{6}$. per 10.) a $\frac{10}{0}$. (Imperoche, essendo, che nissun rotto auanzò nella diuisione di 100. per 10. si deue porre la figura 0. sopra il partitore 10. acciò si faccia la minutia $\frac{0}{10}$. che significa nissun decimo) si faccia vna minutia, che aggionta al Quotiente intiero 10. componghi tutto il Quotiente. Facendosi adunque dall'inestamento di queste minutie $\frac{5}{6}$. $\frac{0}{10}$. questa minutia $\frac{5}{60}$. sarà tutto il Quotiente 10 $\frac{5}{60}$. cioè 10. $\frac{1}{12}$. Il medesimo farai, ponendo il partitore 10. sotto il numero intiero 100. che s'ha da diuidere, acciò si faccia questa minutia $\frac{100}{10}$. & a questa minutia inestarai la minutia $\frac{5}{6}$. che si ha similmente da diuidere in questo modo, $\frac{5}{6}$. $\frac{100}{10}$. Perche la minutia $\frac{100}{10}$. è il Quotiente della diuisione di 100. per 10 alla quale per l'inestamento si aggiongono $\frac{5}{6}$. di vn decimo cioè, il Quotiente della diuisione di $\frac{5}{6}$. per 10. Il medesimo Quotiente a fatto hauerai, se diuiderai 100. $\frac{5}{6}$. per 10. secondo la regola della Diuisione: Imperoche si farà il Quotiente $\frac{605}{60}$. cioè 10 $\frac{5}{60}$. ò vero 10. $\frac{1}{12}$.

Seconda regola dell' inestamento di due minutie.

Hora se si proporrãno due minutie, delle quali la prima sia vn rotto di tutta la seconda, si farà l'inestamento in questo modo. Si moltiplichi il Numeratore della seconda minutia, per il Denominatore della prima, & al numero prodotto si aggiõga il numero prodotto dalla moltiplicatione delli Numeratori. Perche in questo modo si farà il Numeratore della minutia, che si ha da

pro-

produrre. Ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Come se saranno date queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. così si farà l'inestamento, ouero così si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di tre quarti a $\frac{3}{4}$. Dal Numeratore 3. della seconda minutia moltiplicato per il Denominatore 3. della prima si fanno 9. & aggiongendo il numero 6. prodotto dalla moltiplicatione delli Numeratori, si fanno 15. cioè, il Numeratore della minutia, che si ha da produrre. Ma il Denominatore sarà il numero 12. prodotto dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Si che dall'aggiongere $\frac{2}{3}$. di tre quarti a $\frac{3}{4}$. si compone questa minutia $\frac{15}{12}$. cioè 1 $\frac{1}{4}$. Il che facilmente prouerai per la regola del sõmare. Imperoche essẽdo, che $\frac{2}{3}$. di tre quarti faccino $\frac{6}{12}$. come è manifesto per la riduttione delle minutie di minutie, che insegnato hauemo; se sommarãno $\frac{6}{12}$. cõ $\frac{3}{4}$. si farà $\frac{60}{48}$. cioè 1 $\frac{1}{4}$. come prima.

Ma se più minutie, di due, saranno proposte; dalle quali ciascheduna sia vn rotto di tutte le minutie seguenti intieri per ordine, si farà l'inestamento in questo modo. Si moltiplichi il Numeratore dell'vltima minutia per il Denominatore della penultima, & al numero prodotto si aggionga il numero prodotto dalla moltiplicatione delli vltimi due Numeratori tra di loro. Questa somma, dipoi si moltiplichi per il Denominatore della minutia antepenultima, & al numero prodotto si aggionga il numero prodotto dalli tre vltimi Numeratori tra di loro moltiplicati. Di più questa somma si moltiplichi per il Denominatore della minutia prossima antecedente, & al numero prodotto si aggiõga il numero prodotto dalli quattro vltimi Numeratori tra di loro moltiplicati: Et così di mano in

In che modo più minutie, di due, s'inestino per la seconda regola.

mano, se saranno più minutie, sempre si moltiplichi l'vltima somma trouata per il Denominatore della precedente minutia, & al numero prodotto si aggionga il numero prodotto dalla moltiplicatione di tutti li Numeratori di quelle minutie, che fino a quel luogo sono state prese, insino a tanto, che niuna minutia vi resti. Perche l'vltima somma sarà il Numeratore della minutia, che s'ha da produrre. Ma il Denominatore si produrrà dalla moltiplicatione delli Denominatori tra di loro. Come se saranno proposte queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. così si farà l'inestamento, ouero così si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di tre quarti di due quinti di quattro settimi, & $\frac{3}{4}$. di due quinti di quattro settimi, & $\frac{2}{5}$. di quattro settimi a $\frac{4}{7}$. Dal Numeratore 4. dell'vltima minutia moltiplicato per il Denominatore 5. della penultima, si fa 20. & aggiongendo il num. 8. prodotto dalla moltiplicatione delli due vltimi Numeratori 4. & 2. tra di loro, si fa 28. che moltiplicato per il Denominatore 4. dell'antepenultima minutia fa 112. & aggiongendoli il num. 24. prodotto dalli tre vltimi Numeratori 4. 2. & 3. tra di loro moltiplicati, si fa 136. che moltiplicato per il Denominatore 3. dell'antecedente minutia, che è la prima, fa 408. & aggiongendo il numero 48. prodotto da tutti quattro li Numeratori 4. 2. 3. & 2. tra di loro moltiplicati, si fa 456. cioè, il Numeratore della minutia, che si ha da produrre. Ma il Denominatore sarà il numero 420. prodotto da tutti li Denominatori, tra di loro moltiplicati. Talche da quest'inestamento si verrà a fare questa minutia $\frac{456}{420}$. cioè 1 $\frac{36}{420}$. ouero ne i minimi termini 1 $\frac{3}{35}$. Il che si cõfermarà per la regola del sommare, in questo modo. Perche $\frac{2}{3}$. $\frac{3}{4}$. $\frac{2}{5}$. $\frac{4}{7}$. come costa per la regola,

per

per la quale si riducono le minutie di minutie, fanno $\frac{48}{420}$. & $\frac{3}{4}.\frac{2}{5}.\frac{4}{7}$. fanno $\frac{24}{140}$ & $\frac{2}{5}.\frac{4}{7}$. fanno $\frac{8}{35}$. Se queste tre minutie $\frac{48}{420}.\frac{24}{140}.\frac{8}{35}$. si aggiongeranno a $\frac{4}{7}$. si farà questa minutia $\frac{15640800}{14406000}$. cioè 1 $\frac{1234800}{14406000}$. ouero 1 $\frac{3}{35}$. ne i minimi termini, come prima. Ma molto più facilmente, & più espeditamente habbiamo raccolta la medesima somma per la via dell'inestamento.

In questa seconda regola dell'inestamento si possono ridurre le minutie, che s'inestano, a minimi termini, innanzi, l'operatione. Perche se s'inestaranno queste minutie $\frac{2}{3}.\frac{4}{8}$. cioè, se si aggiongeranno $\frac{2}{3}$. di quattro ottaui a $\frac{4}{8}$. si farà $\frac{20}{24}$. cioè $\frac{5}{6}$. Altretanto faremo, se prima ridurremo $\frac{4}{8}$. a $\frac{1}{2}$. cioè, se aggiongeremo $\frac{2}{3}$. di vn mezzo a $\frac{1}{2}$. Nel medesimo modo se s'inestaranno $\frac{6}{10}.\frac{4}{8}$. si farà $\frac{64}{80}$. cioè $\frac{4}{5}$. Et la medesima minutia si produrrà, se prima $\frac{6}{10}$. si riduranno a $\frac{3}{5}$. & $\frac{4}{8}$. a $\frac{1}{2}$. & s'inestaranno $\frac{3}{5}.\frac{1}{2}$. Peroche da quest'inestamento si produrrà $\frac{8}{10}$. cioè $\frac{4}{5}$. come prima. La ragione di questa cosa è, perche essendo la precedente minutia vn rotto di tutta la seguente, il medesimo valore haueranno $\frac{2}{3}.\frac{4}{8}$. & $\frac{2}{3}.\frac{1}{2}$. Imperoche se queste minutie di minutie si ridurranno a semplice minutie, si ridurrà la prima a $\frac{8}{24}$. cioè $\frac{1}{3}$. & la seconda a $\frac{2}{6}$. cioè a $\frac{1}{3}$. parimente. Il che nella prima regola non auuiene. Perche per esser quiui la prima minutia vn rotto di vna particola sola della seconda, chiara cosa è nel medesimo essempio, ch'altra cosa sono $\frac{2}{3}.\frac{1}{8}$. & $\frac{2}{3}.\frac{1}{2}$. Perche la prima minutia di minutie fa $\frac{2}{24}$. cioè $\frac{1}{12}$. & la seconda $\frac{2}{6}$. cioè $\frac{1}{3}$.



ALCVNE QVESTTIONCELLE delli numeri intieri, & rotti. Cap. XVI.

GIVDICO, che sarà molto vtile, prima ch'io vada più auanti, porre in questo luogo varie questioncelle appartenenti alli numeri intieri, & rotti; le quali tutte si sciolgono per via del racorre, sottratre, moltiplicare, & diuidere: Sì perche li principianti in sciorre, queste, si possono essercitare, nell'operationi delli numeri intieri, & rotti; sì ancora, perche simili questioni sono tal volta molto vtili nell'altre cose Aritmetiche. Di quì adunque faremo principio.

Come si troui vn numero, dal quale leuandone qualunque numero proposto, resti vn altro numero proposto.

I. Da che numero è stato sottratto, ò si douerà sottrarre 23. acciò restino 47? Et da che numero è stato sottratto, ouero si douerà sottrarre $\frac{1}{15}$. acciò resti $8\frac{2}{3}$? Le questioni di questa sorte si sciogliono per il sommare. Perchè se il numero sottratto, ò che s'ha da sottrarre, aggiongerai al numero, che ha da restare, farai il numero, dal quale il numero dato sottratto lascierà il dato numero. Come nella prima questione. Da 23. & 47. si fa il numero 70. Adunque da questo si douerà sottrarre 23. acciò resti 47. Et nell'altra questione. Da $\frac{4}{11}$. & $8\frac{2}{3}$. si fa il numero $9\frac{1}{33}$ dal quale se leuarai $\frac{4}{11}$. restarà $8\frac{2}{3}$. Il che chiaramente vedrai, se ridurrai le minutie prodotte ad intieri, & a minimi termini. Il che s'hauerà da osseruare ancora nelle seguenti questioni, cioè, finita l'operatione, s'haueranno da ridurre le minutie prodotte a minimi termini, si come in questa questione è stato fatto.

Come si troui vn numero,

II. Qual numero è stato sottratto, ò si douerà sottrarre da 87. acciò restino 26? Et che numero è stato leuato, ouero si dourà leuare da $\frac{8}{13}$. acciò lasci

lasci $\frac{2}{7}$? Simili questioni si spediranno con la sottrattione. Perche se il numero, che deue restare, si sottrarra dal num. dal qual si deue fare la sottrattione, restarà vn numero, che sottratto dal medesimo num. lasciara il resto proposto. Come nella prima questione, se si leuarà 26. da 87, rimarrà 61. Se adunque si leuarà 61. da 87. rimarrà 26. Et nella seconda questione, se si leuarà $\frac{2}{7}$. & $\frac{8}{11}$. rimarrà $\frac{34}{77}$. la qual minutia se si sottrarrà $\frac{8}{11}$. rimarrà $\frac{2}{7}$.

che leuato da qualunque numero proposto, ne lasci vn' altro numero proposto.

III. A qual num. si deue aggiongere 38. ouero qual num. si deue aggiongere a 38. accio la sõma sia 83? Et a qual num. s'hà d'aggiongere $4\frac{8}{9}$. ouero qual num. s'hà da sommare con $4\frac{8}{9}$. acciò si componga il num. $20\frac{1}{2}$? Le questioni di questa sorte si risoluano similmente per la sottrattione. Perche se dal num. che si deue comporre, si leuarà il num. proposto, che si deue aggiongere, restarà vn num. al quale se si aggiongera il num. dato, che si deue aggiongere, farassi il num. dato. Come, nella prima questione, leuando 38. da 83. rimane 45. Adunque a questo numero s' hanno d'aggiongere 38. acciò si faccia il numero 83. Et nell'altra questione, sottraendo $4\frac{8}{9}$. da $20.\frac{1}{2}$. resta il numero $15\frac{1}{2}\frac{1}{9}$. al quale s' aggiongera $4\frac{8}{9}$, si farà il numero $20\frac{1}{2}$.

Come si troui vn numero, che con qualunque altro proposto faccia vn altro numero proposto.

IV. Che differenza, ouero eccesso è tra 100. & 349? Et tra $6\frac{1}{2}$. & $20\frac{3}{4}$? Queste questioni ancora si sciogliono per la sottrattione. Perche se il minor num. si leuarà dal maggiore, restarà la differenza, ouero eccesso, che si cerca. Come nella prima questione leuando 100. da 349. rimangono 249. Et tanto è l'eccesso, ouero la differenza tra 100. & 349. Et nell'altra questione, leuando $6\frac{1}{2}$. da $20\frac{3}{4}$. restano $14\frac{1}{4}$. In questo numero adunque il numero $20\frac{3}{4}$. eccede il numero $6\frac{1}{2}$.

Come si troui la differenza, ouero l'eccesso tra due proposti numeri.

Come ſi troui vn num. che partēdolo per qualūque numero propoſto ſi facci vn Quotiente qual ſi voglia propoſto.

V. Che numero è diuiſo, ò s'hà da diuidere per 9. acciò il Quotiente ſia 34? Et che numero è ſtato diuiſo, ouero s'hà da diuidere per 4 $\frac{1}{3}$. acciò il Quotiente ſia $\frac{1}{2}$? Tali queſtioni ſi ſpediſcono per la moltiplicatione. Perche ſe ſi moltiplicarà il dato partitore per il Quotiente propoſto, ſi produrrà il numero diuiſo, ò che s'ha da diuidere, cioè, quello che ſi cerca. Come nella prima queſtione, moltiplicando 9. per 34. ſi fa il numero 306. il quale partito per 9. farà il Quotiente 34. Et nella ſeconda queſtione, ſe ſi moltiplicarà 4 $\frac{1}{3}$. per $\frac{1}{2}$. ſi produrrà il numero 2 $\frac{1}{6}$ che partito per 4 $\frac{1}{2}$. farà il Quotiente $\frac{1}{2}$.

Come ſi troui qual ſi voglia parte data ò parti di qualūque numero propoſto.

VI. Dammi $\frac{3}{5}$. di 30. Di più, dammi $\frac{1}{2}$. di 4 $\frac{5}{7}$. Ouero dimmi, qual numero contiene $\frac{3}{5}$. di queſto numero 30? Et che numero farà, ò darà $\frac{1}{2}$. di queſto numero 4 $\frac{5}{7}$.? La moltiplicatione riſolue ſimilmente queſte queſtioni. Perche ſe li dati due numeri tra di loro ſi moltiplicaranno, ſi produrrà il numero, che ſi cerca. Come, perche nella prima queſtione dalla moltiplicatione di $\frac{3}{5}$. per 30. ſi produce 18. Per tanto il numero 18. farà $\frac{3}{5}$. del numero 30. propoſto; Et nell'altra queſtione dalla moltiplicatione di $\frac{1}{2}$. per 4 $\frac{5}{7}$. ſi fa il num. 2 $\frac{5}{14}$. il quale è $\frac{1}{2}$. di queſto numero 4 $\frac{5}{7}$.

Come ſi troui vn numer. per il qual partēdoſi qual ſi voglia num. dato ſi facci vn Quotiente qualūque propoſto.

VII. Per qual numero ſono partiti, ò s'hanno da partire 48. acciò il Quotiente ſia 10? Et per qual numero ſi diuideranno $\frac{3}{7}$. acciò il Quotiente ſia $\frac{2}{3}$.? Con la diuiſione ſi ſodisfarà a queſtioni ſimili. Perche ſe il num. propoſto diuiſo, ò che s'ha da diuidere, ſi diuiderà per il dato Quotiente, naſcerà da queſta diuiſione il numero, che ſi cerca. Come nella prima queſtione, partendoſi 48. per 10. farà il Quotiĕte 4 $\frac{4}{5}$. Per il qual ſe ſi diuiderà il num. dato 48. ſi farà il Quotiente 10. Et nell'altra queſtione partĕdoſi $\frac{3}{7}$. per $\frac{2}{3}$. ſi farà il Quotiē-

te $\frac{9}{14}$. per il quale se si diuiderà $\frac{3}{7}$. si produrrà il Quotiente $\frac{2}{3}$.

VIII. Per qual numero s'hanno da moltiplicare 17. ouero qual numero s'ha da moltiplicare per 17. acciò il prodotto numero sia 100? Et per qual numero deuono esser moltiplicati $3\frac{1}{2}$. ouero qual numero deue esser moltiplicato per $3\frac{1}{2}$. acciò il numero prodotto sia $\frac{1}{4}$? La diuisione parimente sodisfarà a simili questioni. Perche se partiremo il numero, che si deue produrre, per il numero, che si propone da moltiplicare, faremo il numero, che cerchiamo. Come nella prima questione, diuidendosi 100. per 17. si fa il Quotiente $5\frac{15}{17}$. per il quale se si moltiplicarà il dato num. 17. si produrrà il dato num. 100. Et nella seconda questione, se si diuiderà $\frac{1}{4}$. per $3\frac{1}{2}$. si farà il Quotiente $\frac{1}{14}$. per il quale se si moltiplicarà il dato numero $3\frac{1}{2}$. si produrrà il dato num. $\frac{1}{4}$.

Come si troui vn numero, che moltiplicando per qual si voglia numero dato si facci vn' altro numero qualunque proposto.

IX. Quali sono quei due numeri, che moltiplicati tra di loro produchino 48. ouero $\frac{1}{2}$. ouero $6\frac{3}{4}$.? A questa sorte di questioni ancora sodisfarà la diuisione. Perche se diuideremo il numero, che deue esser prodotto, per qual si voglia numero, faranno questo numer. & il Quotiente quelli due, che si cercano. Come se si diuiderà 48. per qual si voglia numero, come per 6. si farà il Quotiente 8. Adunque questi due numeri 6. & 8. tra di loro moltiplicati produranno 48. Così ancora se'l medesimo numero 48. si diuiderà per qualsiuoglia altro numero, come per 10. si farà il Quotiente $4\frac{4}{5}$. Adunque questi due numeri 10. & $4\frac{4}{5}$. tra di loro moltiplicati faranno 48. Di più, se partiremo $\frac{1}{2}$. per qual si voglia numero, come per $\frac{2}{3}$. ritrouaremo il Quotiente $\frac{3}{4}$. Adunque li due numeri che tra loro moltiplicati faccino $\frac{1}{2}$. saranno $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{4}$. Per la medesima ragione, se partire-

Come si trouino due numeri che tra di loro moltiplicati produchino qual si voglia numero proposto.

mo

mo $\frac{1}{2}$. per qual si voglia altro numero, come per 8. ritrouaremo il Quotiente $\frac{1}{16}$. Li due numeri adunque cercati, che tra loro moltiplicati facci no $\frac{1}{2}$. saranno 8 & $\frac{1}{16}$. Finalmente partendosi $6\frac{3}{4}$. per qual si voglia numero, come per $3\frac{1}{2}$. si farà il Quotiente $1\frac{13}{14}$. Adunque li due numeri, che tra loro moltiplicati produchino $6\frac{3}{4}$. saranno $3\frac{1}{2}$. & $1\frac{13}{14}$.

Come si trouino due num. che l'vno partito per l'altro faccia qualunque Quotiente proposto.

X. Dammi due numeri, che l'vno diuiso per l'altro, il Quotiente sia 28. Et dammi similmente due numeri, che l'vno diuiso per l'altro, il Quotiente sia $\frac{5}{6}$. La moltiplicatione snoda queste questioni, & altre simili. Percioche se si moltiplicarà il Quotiente proposto per qual si voglia numero, il numero prodotto sarà il numero, che s'hà da diuidere & il partitore, sarà il numero, per il quale hai moltiplicato. Come nella prima questione, se moltiplicarai 28. per qual si voglia numer. come per 6. farai il numero 168. Questo adunque diuiso per 6. farà 28. Et nella questione seconda, se moltiplicarai $\frac{5}{6}$. per qual numero ti piace, come per $\frac{1}{2}$. produrrai $\frac{5}{12}$. che partiti per $\frac{1}{2}$. sarà il Quotiente $\frac{5}{6}$.

Come si troui vn numero, che moltiplicandolo per qualunque dato numero, et partendo il prodotto per vn'altro dato numero qual si voglia, si fac-

XI. Per qual numero s'hanno da moltiplicare 7. ouero qual numero s'ha da moltiplicare per 7. che diuidendosi il prodotto per 8. Il Quotiente sia 3? Et per qual numero deuono esse moltiplicati $\frac{2}{5}$. ouero qual numero deue esser moltiplicato per $\frac{2}{5}$. acciò partendosi il prodotto per $\frac{3}{4}$. il Quotiente sia $\frac{4}{7}$.? Questa sorte di questioni si sciogli e con la moltiplicatione, & diuisione. Percioche, se moltiplicarai il dato partitore per il dato Quotiente, & il numero prodotto partirai per il dato numero, per il quale s'hà da moltiplicare, ò che hà da esser moltiplicato, sarà questo numero Quotiente quello, che si cerca. Come nella

la prima questione, se si moltiplicarà il partitore dato 8. per il dato Quotiente 3. si produrrà il numero 24. che diuiso per il numero dato, per il qual s'ha da moltiplicare, ò il quale ha esser moltiplicato, cioè, per 7. si farà $3\frac{3}{7}$. ch'è il numero, che cerchiamo. Perche se si moltiplicarà 7. per $3\frac{3}{7}$. si farà il numero 24. che partito per 8. farà il Quotiente 3. Et nella seconda questione, se il partitore dato $\frac{3}{4}$. si moltiplicarà per il dato Quotiente $\frac{1}{4}$. si farà il numero $\frac{3}{16}$. che partito per $\frac{2}{3}$. cioè, per il numero dato, per il quale s'ha da moltiplicare, ouero, il quale ha da esser moltiplicato, farà $\frac{19}{32}$. che è il numero, che si cerca. Imperoche se si moltiplicaranno $\frac{2}{3}$. per $\frac{15}{32}$. si farà il numero $\frac{3}{16}$. che partito per $\frac{3}{4}$. farà il Quotiente $\frac{1}{4}$.

ci vn Quotiẽte qualũque proposte.

XII. Che parte è il numero 6. di questo numer. 54? Et che parte è questo numero $\frac{3}{5}$. di questo numero $\frac{9}{10}$? Queste tali questioni si spediscono per la diuisione. Perche se il numero dato, che deue essere parte, si diuiderà per l'altro numero proposto, (che deue sempre essere maggiore dell'altro) mostrarà il Quotiente, che parte, ò parti sia il numero dato minore del num. maggiore proposto. Come nella prima questione. Partendosi 6. per 54. sarà il Quotiente $\frac{6}{54}$. cioè $\frac{1}{9}$. Il numero adunque 6. è vna nona parte di 54. Ma nella questione seconda, diuidendosi $\frac{3}{5}$. per $\frac{9}{10}$. sarà il Quotiente $\frac{30}{45}$. cioè $\frac{2}{3}$. Conterrà adunque il numero $\frac{3}{5}$. due terze parti del numero $\frac{9}{10}$. Et questo esser così, si potrà esperimẽtare per la sesta questione. Perche se si cercarà vn numero (per la detta 6. questione) che sia $\frac{1}{9}$. del numero 54. si ritrouerà il numero 6. Et se si cercarà, qual numero contenga $\frac{2}{3}$. del numero $\frac{9}{10}$. si ritrouerà il numero $\frac{18}{30}$. cioè $\frac{3}{5}$.

Come si troui, che parte sia qual si voglia num. dato rispetto, di vn'altro proposto num. qualunque.

XIII. Questo numero 6. rispetto di qual numero

Come si troui vn numero, rispetto del quale, il proposto num. qualunque sia qual si voglia parte proposta.

mero sarà vna nona parte? Et il numero $\frac{2}{5}$. rispetto di qual numero sarà due terze parti? La diuisione scioglie tali questioni. Perche se il numero dato si diuiderà per la minutia, che rappresenta la proposta parte, ouero parti, il Quotiente darà il numero, che si cerca. Come nella prima questione partendosi 6. per $\frac{1}{9}$. si farà il Quotiente 54. il num. 6. adunque sarà la nona parte rispetto del num. 54. Et nell'altra questione, partendosi $\frac{2}{5}$. per $\frac{2}{3}$. farà il Quotiente $\frac{6}{10}$. Adunque rispetto di questo num. $\frac{6}{10}$. questo numer. $\frac{2}{5}$. sarà due terze parti.

Come si trouiquãte parti di qual si voglia sorte si contengono il qualunq; num. proposto.

XIV. Questo numero 7. quante ottaui parti contiene d'vn'intiero? Et questo numero $\frac{3}{4}$. quante duodecime parti contiene d'vn'intiero? Et questo $\frac{3}{7}$. quante ottaue parti abbraccia? La moltiplicatione scioglie le questioni di questa sorte. Perche il dato numero si moltiplicarà per il Denominatore delle parti, che si cercano, darà il prodotto numero il numer. delle parti, che si cerca. Come nella prima questione, moltiplicando 7. per 8. si fa 56. Adunque il numero 7. conterrà 56. ottaue. Et nella seconda questione moltiplicando $\frac{3}{4}$. per 12. si produce il numero 9. Il numero adunque $\frac{3}{4}$. abbraccierà noue duodecime. Nella terza questione finalmente moltiplicando $\frac{3}{7}$. per 8. si fa il numero $\frac{24}{7}$. cioè $3\frac{3}{7}$. Adunque il numero $\frac{3}{7}$. contiene tre ottaue, & $\frac{3}{7}$. d'vna ottaua. Et che così sia, è cosa manifesta. Perche se $\frac{3}{7}$. $\frac{1}{8}$. cioè $\frac{3}{56}$. & $\frac{3}{8}$. si raccorrano in vna somma, si ritrouaranno $\frac{3}{7}$. Onde seguita, che $\frac{3}{7}$. contengono $\frac{3}{8}$. e $\frac{3}{7}$. $\frac{1}{8}$.



REGOLA DEL TRE, CHE CON ALTRO NOME SVOL ESSER CHIAMATA REGOLA AVREA,

OVERO REGOLA DELLE *proportioni*. *Cap. XVII.*



FIN quì da noi sono stati posti gli fõdamenti necessarij dell'Aritmetica; hora seguono varie regole, nelle quali si scuopre il marauiglioso vso di quelli, non solo alli Matematici ma ancora alli Mercanti, anzi à ciascun huomo priuato, se nelli traffichi, & conuentioni non vuol essere ingannato, ò ingannare altrui (che quello sarebbe vergogna, & questa iniquità) molto vtili, & necessarie. Et nel primo luogo mi rappresenta quella regola non mai a bastanza lodata, che per la grand'vtilità, si suol chiamare Aurea ouero regola delle proportioni, perche tutta consiste in trattare quattro numeri proportionali, delli quali li primi tre sono conosciuti, ma il quarto incognito si cerca: per il che appresso il volgo è nominata Regola del tre; per amore, che pone tre numeri conosciuti, & da questi ne caua il quarto incognito. La pratica di questa regola delle proportioni, ò del tre, è questa.

Regola aurea, ouero delle proportioni, ouero regola del tre, perche si chiami così.

DISPOSTI li tre numeri conosciuti in tal maniera, che quello, che ha il quesito attaccato, (perche sempre vno di quelli porta con seco la questione, si come nelli essẽpij sarà manifesto) si pon-

Li numeri nella regola del tre, in che modo si deuo-

no disporre. ponga nel terzo luogo, & quello de gli altri due, che è della medesima cosa, cioè, che è simile al terzo, (Gl'essempij dichiararanno, in che consista questa similitudine) habbia il primo luogo, & l'altro tenga il luogo di mezzo, al quale il quarto, che si cerca, deue esser simile. Acconciati dico, i numeri in questo modo. Si moltiplichino il terzo, & quello di mezo tra di loro, & il numero prodotto si partisca per il primo. Perche il numero Quotiente sarà il quarto, quale si cercaua, & sodisfarà alla questione proposta; cioè, il terzo numero hauerà a quello la medesima proportione, che il primo ha al secondo.

In che modo per la Regola del tre si cerchi il quarto numero incognito.

Essempio.

Con quattro scudi si comprano 12. libre di pepe, si dimanda, quante libre se ne possono comprare con 20. scudi. Qui tù vedi, che li 20. scudi hanno attaccata la questione, perche di quelli si cerca, quante libre ci possino dare? Al qual numero, è simile il num. di 4. scudi. Perche si come con 4. scudi si sono compre 12. libre; così con 20. scudi s'hanno da comprare altre libre, di modo, che l'vno, & l'altro numero è prezzo; Ma le 12. libre di pepe sono mercantie. Così adunque starà l'essempio.

Scudi.	*Libre.*	*Scudi.*		*Libre.*
4.	12.	20?	*fanno*	60.

Moltiplicando tra di loro il secondo, & il terzo numero, & partendo il prodotto 240. per il primo, ritrouaremo libre 60. per il quarto numero, che si cercaua. Doue tù vedi, che si come il primo numero 4. è la terza parte del secondo numero

mero 12. così il numero terzo 20. è la terza parte del numero 60. ritrouato.

Vn'altro essempio.

Io spendo 60. scudi in 5. mesi, dimando in quãti mesi spenderò 132. scudi? Quì ancora tù vedi la questione farsi delli 132. scudi & a questo num. esser simile à quello di 60. scudi. Così adunque starà l'essempio.

Scudi.	*Mesi.*	*Scudi.*		*Mesi.*
60.	5.	132?	*fanno*	11.

Moltiplicando il secondo, & terzo numero tra di loro, & partendo il prodotto numero 660. per il primo, ritrouaremo 11. mesi, nelli quali spenderò 132. scudi. Doue ancora tù vedi, che il terzo numero 132. contiene dodici volte il num. quarto 11. ritrouato, si come il primo 60. contiene il secondo 5. dodici volte.

La dimostratione di questa regola è questa. Perche la medesima proportione deue essere del primo numero al secondo, che del terzo al quarto ritrouato, come è stato detto, & nelli essempij proposti si vede: è necessario, per la propositione 19. del libro 7. di Euclide, che si produca il medesimo numer. dalla moltiplicatione del primo numero per il quarto, che dalla moltiplicatione del secondo per il terzo si fa. Quando adunq; il numer. prodotto dal secondo per il terzo si diuiderà per il primo, acciò il quarto si troui, si come la regola del tre commanda, seguita, che'l primo numero moltiplicato per il Quotiẽte cioè, per il quarto numero ritrouato, produca il medesimo num. che è stato diuiso, cioè, quello, *Dimostratione della regola del tre.*

che

che dal secōdo per il terzo fù prodotto. Peroche qualunq; num. diuiso per qual si voglia altro numero, se il partitore si moltiplicarà per il Quotiente, necessariamente di nuouo il numero, che fù diuiso si rifarà, come nella terza proua della diuisione de i numeri intieri nel capitolo 5. è stato detto. Et il medesimo ancora si fa manifesto per la diuisione della Diuisione, & Moltiplicatione. Il che dichiararemo con questo essempio. Diuidasi il numero 12. per 4. & si faccia il Quotiente 3. cioè, quello, che per la definitione della Diuisione data nel capitolo 5. contenga tante vnità, quante volte il numer. 12. che è diuiso contiene il partitore 4. Dico, che se moltiplicaremo il partitore 4. per il Quotiente 3. necessariamente di nuouo si produrrà il numero 12. che è diuiso. Perche essendo, che per la definitione data della Moltiplicatione nel capitolo 4. si deue produre vn numero, che tante volte contenga il partitore 4. che è vno de i numeri moltiplicando, quāte volte il Quotiente 3. che è l'altro numero, che moltiplica, contiene l'vnità, & essendo, che il nuro 12. che fù diuiso, contenga tante volte il partitore 4. quante volte il numer. Quotiente 3. rinchiude l'vnità, si come è stato detto; chiara cosa è, che dalla detta moltiplicatione del partitore 4. per il Quotiente 3. si produrrà il numero 12. che è diuiso. La medesima ragione è in tutti gl'altri numeri. Le quali cose essendo così, sarà per forza il numero Quotiente, per la regola del tre ritrouato, il quarto numero proportionale, che si cerca, come è manifesto per la detta propositione 19. del libro 7. di Euclide; poiche il medesimo num. si produce dal primo num. per il quarto che dal secondo per il terzo, come habbiamo detto.

Vn numero partito per vn'altro se il partitore si moltiplicarà per il Quotiente, perche causa di nuouo si produca il numero partito.

Da quello che adesso scritto habbiamo, facilmen-

mente si raccoglie, in che modo si possi far la proua della regola del tre. Perche se il medesimo num. si produrrà dal primo num. moltiplicato per il quarto ritrouato, che dal secondo moltiplicato per il terzo, non è da dubitare, che sia stato bene ritrouato il quarto numero proportionale. Ma se non si farà il medesimo numero, bisognerà rifare l'operatione.

La proua della regola del tre.

E' nondimeno vsata da molti vn'altra maniera di prouare la regola del tre, che è questa. Pongasi il primo num. nel terzo luogo, & il terzo nel primo, & il quarto ritrouato nel mezzo. Percioche se secondo il precetto della regola del tre, si ritrouarrà in questo modo il quarto num. che prima era il secondo, sarà stata bene sciolta la questione proposta. Il primo essempio detto di sopra starà in questo modo per fare la proua.

Vn'altra proua della regola del tre.

Scudi.	*Libre.*	*Scudi.*	*Libre.*
20.	60.	4?	*fanno* 12.

Imperoche se è vero, che cō 20. scudi si comprano 60. scudi, per amore, che con 4. scudi sono state compre libre 12. seguita necessariamente, che all'incontro con 4. scudi si comprino libre 12. per amore, che con 20. scudi si comprino libre 60.

Qualche volta nel fare più facile l'operatione, si possano due numeri delli tre dati, come il primo, & il secondo, ouero il primo, & il terzo ridurre à minori. Il che si farà, se tanto il primo, quanto il secondo, ouero tanto il primo, quanto il terzo, si diuiderà per alcuna commune misura conosciuta dell'vno, & dell'altro, ò che ella sia la massima, ò nò, & in luogo di quelli si ponghino li Quotienti. Come in questo essempio.

Varij compendij della regola del tre.

4. 12. 20? *fanno* 60.

Perche il numero 4.misura il primo, & il secondo, se partendo l'vno, & l'altro per 4. si porranno li Quotienti 1. & 3. il luogo d'essi. Così starà l'essempio.

1. 3. 20? *fanno* 60.

Di più, perche nel medesimo essempio il medesimo num. 4. numera il primo, & il terzo, se partendo l'vno, & l'altro per 4. si piglino in cambio loro li Quotienti 1.& 5. Così starà il medesimo essempio.

1. 12. 5? *fanno* 60.

In oltre in questo seguente essempio.

36. 48. 63? *fanno* 84.

Perche il numero 12. misura il primo & il secondo, se partendo l'vno, & l'altro per 12. li Quotienti 3. & 4. in luogo di quelli si ponghino. Così starà l'essempio.

3. 4. 63? *fanno* 84.

Così perche il numero 9. misura il primo, & il terzo nel medesimo essempio, se partendo l'vno, & l'altro per 9. & in luogo di quelli nella regola si ponghino li Quotienti 4. & 7. Così starà l'essempio.

4. 48.

4. 48. 7 *fanno* 84.

In questo modo ancora la questione proposta si scioglierà. Diuidasi il secondo num. per il primo, & il terzo si moltiplichi per il Quotiente, ouero si diuida il terzo per il primo, & per il Quotiente si moltiplichi quello di mezzo. Perche nell'vno, & l'altro modo il numero prodotto sarà il quarto proportionale, che si cerca. Come in questo essempio.

60. 360. 132? *fanno* 792.

Partendo il secondo numero per il primo, si fa il Quotiente 6. per il quale se si moltiplicarà il terzo num. prouerà il quarto 792. come se secondo il precetto della regola del tre hauessi operato. Di più partendo il terzo numero per il primo, si fa il Quotiente $2\frac{12}{60}$. cioè $2\frac{1}{5}$. ouero $\frac{11}{5}$. per il quale se si moltiplicarà il secondo, si produrrà il medesimo quarto 792.

Varie proue della regola del tre.

Da questo bene inteso, potrai in varij modi far proua, se per la regola del tre sia ben ritrouato il quarto numero, ò nò. Peroche, se per queste varie operationi trouarai sempre il medesimo quarto numero, grande argomento sarà, che l'operatione sia stata ben fata.

La dimostratione delli compendij della regola del tre.

Ma se alcuno dimãderà, come possi essere, che per tante vie sempre perueniamo al medesimo scopo, sappia, che tutta la causa di questo dipende dalle proportioni. Peroche, essẽdo, che la medema proportione deue essere tra il primo num. & il secondo, che tra il terzo, & il quarto, seguita, che ancora, per la proportione permutata, sia la medesima proportione tra il primo & il

terzo, che tra il ſecondo, & il quarto, & ancora, per la proportione conuerſa, la medeſima tra il ſecondo, & il primo, che tra il quarto, & il terzo; & di più la medeſima tra il terzo, & il primo, che tra il quarto, & il ſecondo. Eſſendo adunque ſempre la medeſima proportione tra li Quotiē-ti de i due numeri partiti per vn medeſimo numero, che tra eſſi numeri, è coſa manifeſta, ſe ſi diuiderà tanto il primo numero, quanto il ſecondo, ouero tanto il primo, quanto il terzo, per alcuna medeſima commune miſura, & in luogo d' eſſi numeri ſi porranno li Quotienti, che ſarà ancora la medeſima proportione tra li Quotienti del primo, & ſecondo numero che è tra il terzo num. & il quarto; & così ancora la medeſima proportione tra li Quotienti del primo, & terzo num. che tra il ſecondo numero, & il quarto. Similmente perche diuidendoſi qual ſi voglia numero per vn' altro numero, ſi produce il Denominatore della proportione, che hà il num. diuiſo al partitore, & il Denominatore moltiplicā-do qual ſi voglia altro num. produce vn numero, che hà la proportione al numero moltiplicato, denominata dal detto Denominatore: ſi fa chiaro, che diuidendosi il ſecondo, ouero il terzo numero per il primo, il Quotiente sia il denominatore della proportione del ſecōdo, ouero del terzo numero al primo. Onde, ſe per queſto Quotiente si moltiplicarà il terzo numero, ouero il ſecondo, si produrrà il quarto, cioè, quello che hauerà la medesima proportione al terzo, che hà il ſecondo al primo: ouero la medesima al ſecondo, che hà il terzo al primo.

Alcune queſtioni con le quali ſi dichia.

Ma perche ſpeſſo le queſtioni, che s' hanno da ſciorre per la regola del tre, si propongono con ordine confuſo, & alle volte ancora si ritro-

uano

uano in vn numero diuerse monete, misure, ò pesi: finalmente non di rado auuiene, che il primo num. sia dissimile al terzo; di maniera, che facilmente, chi è poco prattico nelle cose Aritmetiche, possa inciampare, & restare dubbioso, & impedito; esplicaremo per via di alcune questioni varie difficultà, che possono in questo negocio accadere, cominciando da quì.

rano varie difficultà della regola del tre.

I. Quãto vale vna libra di pepe, se 60. libre sono state compre per 20.scudi? In questa questione li num. sono posti confusamẽte, & fuora dell' ordine. Perche 1.libra, della quale nel primo luogo si fa mentione, hà la questione annessa, & per questo deue stare nel terzo luogo, & il num. dì 60.libre nel primo, per essere simile al num. di 1. libra, si che con debito ordine douerebbe essere proposta la questione in questo modo, libre 60. di pepe vagliono 20. scudi. Adunque 1. libra quanto costarà? si come vedi in questo essẽpio.

Libre.	*Scudi.*	*Libre.*	*Scudi.*
60.	20.	1?	*costarà* $\frac{20}{60}$. *ouero* $\frac{1}{3}$.

Et ritrouarai (se moltiplicarai il secondo num. per il terzo, & il prodotto 20.partirai per il primo) la valuta di 1. libra essere $\frac{20}{60}$. ouero $\frac{1}{3}$. d' vn scudo. Perche quando il minor numero si diuide per il maggiore, si fa vn rotto, il Numeratore del quale è il numero, che si diuide, & il Denominatore è il partitore, come nel cap. 5. & 6. hauemo detto. Ma si ridurrà qual tù vuoi di queste due minutie, come dire la prima, a baiocchi in questo modo. Moltiplichisi il Numeratore 20. per 100. (perche 100.baiocchi fanno vn scudo) & il numero prodotto 2000. diuidasi per il Denominatore 60. Percioche il Quotiente darà

baiocchi $33\frac{20}{60}$ ouero $33\frac{1}{3}$. Tāto a ponto haueresti ritrouato, se il Numeratore dell'altra minutia $\frac{1}{3}$. haueßi moltiplicato per 100. & il prodotto haueßi partito per il Denominatore 3. Ma se tù vorrai ridurre $\frac{1}{3}$. d'vn baiocco a quattrini, Moltiplicarai il Numeratore 1. per 4. (che tanti quattrini fāno vn baiocco) & il prodotto partirai per il Denominatore 3. & ritrouarai quattrini $1\frac{1}{3}$. & così 1. libra costarà baiocchi 33. & quattrini $1\frac{1}{3}$.

Questione 2. II. Se libre $10\frac{2}{5}$. & oncie $7\frac{1}{2}$. di cera bianca costano scudi 2. & giulij 6. quanta cera si comprarà con 90. baiocchi? L'essempio starà così.

Scudi.	*Giulij.*	*Libre.*	*Oncie.*	*Baiocchi.*		*Oncie.*
2.	6.	$10\frac{2}{5}$	$7\frac{1}{2}$.	90?	*fanno*	$45\frac{207}{260}$.

Che s'habbia da fare, quando ci interuẽgono diuerse monete, pesi, misure, e numeri rotti. Ma perche nel primo num. & terzo si contengono diuerse monete, si douerāno ridurre tutte alla minima moneta iui espressa, come dire a baiocchi; & saranno nel primo numero baiocchi 260. Di più, perche nel secondo num. si ritrouano diuersi pesi, si doueranno ancora ridurre al minimo iui espresso, come dire a oncie, delle quali 12. fanno vna libra. Et saranno in libre $10\frac{2}{5}$. oncie $124\frac{4}{5}$. alle quali s'aggiongerai oncie $7\frac{1}{2}$. farai oncie $132\frac{3}{10}$. In che modo s'habbiano a moltiplicare, ò diuidere tra di loro li rotti, ò che essi stiano soli, ò attaccati, a numeri intieri, l' habbiamo gia mostrato nel cap. 13. & 14. Si che l' essempio ridotto starà così.

Baioc.	*Oncie.*	*Baioc.*		*Oncie.*
250.	$132\frac{3}{10}$.	90?	*fanno*	$45\frac{207}{260}$

Ma è da notare in questo luogo, che la minutia prodotta dalla moltiplicatione del num. di

mez-

mezzo per il terzo, ancorche il suo Numeratore sia maggiore del Denominatore, non si deue ridurre ad intieri, fino a tanto, che non sia finita la diuisione, acciò non s'impedisca l'operatione. Onde perche nel prossimo essẽpio la moltiplicatione del num. di mezzo per il terzo fa $\frac{119070}{10}$. s'hauerà da diuidere questa minutia per il primo numero, auanti che si riduca ad intieri; la quale diuisione darà questa minutia $\frac{119070}{2800}$. che contiene oncie $45\frac{270}{280}$. Questione

III. Quanto costarãno $\frac{7}{8}$. d'vn braccio di panno, se con $\frac{3}{4}$. d'vn scudo, alcuno n'hauerà compro $\frac{1}{3}$. d'vn braccio? Così starà l'essempio. 3.

Bracc.	*Scudi.*	*Bracc.*		*Scudi.*
$\frac{1}{3}$.	$\frac{3}{4}$.	$\frac{7}{8}$?	*fanno*	$1\frac{3}{32}$.

La moltiplicatione del num. di mezzo per il terzo fa la minutia $\frac{21}{32}$. la quale, diuisa che sarà per il primo numero, si trouarà questa minutia $\frac{63}{32}$. d'vn scudo, che fa scudi $1\frac{31}{32}$. Ma ridotti a questa minutia $\frac{21}{32}$. d'vn scudo a giulij, baiocchi, & quattrini, darà giulij 9. baiocchi 6. quattrini $3\frac{1}{2}$.

IV. Vn scolaro volendo studiare 6. anni in vna vniuersità, s'accorse di hauer speso in 7. mesi, & 13. giorni scudi 200. giulij 7. baiocchi $8\frac{2}{7}$. si domanda adunque, di quanti denari hauerà bisogno. Così starà l'essempio. Questione 4.

Mesi. Gior.	*Scu. Giu. Baio.*	*Anni. Scudi. Baioc.*
7. 13.	200. 7. 8. $\frac{2}{7}$.	6? *fan.* 1956. 7. $\frac{191}{1575}$.

Quì nel primo numero gli mesi, & nel terzo gl'anni s'hanno da ridurre a giorni. Et a far questo, bisogna considerare, che mesi quelli siano, per-

che non tutti li mesi hanno il medesimo numero di giorni. Percioche se porremo li primi 7. mesi, incominciando da Gennaro, conterranno li detti 7. mesi nell' anno commune giorni 212. come quì vedi. (Ma nell'anno bisestile 213. atteso, ch'all'hora il Febraro ha giorni 29.) aggiongendo li 13. giorni si faranno giorni 225. Da poi si deue considerare quanti anni bisestili si contengano in detti 6. anni. Percioche per ogn'anno bisestile si deue aggiõgere 1. giorno à giorni 365. d'vn' anno commune. Onde se noi porremo, che si contenghino 2. anni bisestili, moltiplicaremo 6. anni per 365. giorni, & al prodotto numero aggiongeremo 2. acciò si faccino giorni 2192. Similmente nel numero di mezzo s'hanno da ridurre li scudi, & giulij à baiocchi, li quali saranno in tutto 20078 $\frac{2}{7}$. tal che l' essempio ridotto stia così.

Gennaro.	31.
Febraro.	28.
Marzo.	31.
Aprile.	30.
Maggio.	31.
Giugno.	30.
Luglio.	31.
	212.
	13.
	225.

Gior.	Baioc.	Gior.		Baioc.
227.	20078$\frac{2}{7}$.	2192?	*fanno*	195607 $_{1}\frac{1}{5}\frac{9}{7}\frac{5}{5}$.

Vltimamente s' hauerà da ridurre il quarto numero ritrouato di baiocchi à scudi, & giulij. Et trouerai tutti quelli baiocchi fare scudi 1956. giulij ò baiocchi 7 $_{3}\frac{1}{5}\frac{9}{7}\frac{8}{5}$. Tanti danari saranno necessarij à quel scolaro in quelli 6. anni, delli quali due ne siano bisestili.

Al medesimo modo doppo l' operatione sempre s'hà da ridurre la moneta del quarto numero

alla maggiore, se si può. Così ancora i pesi, ouero misure a maggiori pesi, ouero misure: come l'oncie a libre: li palmi, ouero piedi à passi, & li passi a miglia.

V. Vno hà fatto in 7. giorni miglia 210. Domando in quanti giorni farà miglia 1600. caminando ogni giorno senza scemare, ò accrescere il corso. Così starà l'essempio. *Questione 5.*

Miglia.	*Gior.*	*Miglia.*		*Gior.*
210.	7.	1600?	*fanno*	$53\frac{70}{210}$.

Questo rotto $\frac{70}{210}$. d'vn giorno nel quarto numero, se moltiplicaremo il Numeratore per 24. & il num. prodotto diuideremo per il Denominatore, si produrrà a hore 8.

VI. S'vn campo di 400. passi quadrati è stato comprato per scudi 100. giulij 7. baiocchi 8. quanto costarà vn campo di 1000. passi quadrati, & 4. piedi quadrati, & 3. palmi quadrati? Così starà l'essempio. *Questione 6.*

Passi.	*Scudi.*	*Giul.*	*Baioc.*	*Passi*	*Piedi.*	*Palmi.*
400.	100.	7.	8.	1000.	4.	3?

fanno Baioc. $25199\frac{17613}{80000}$.

Ridotti li scudi, & li giulij del secondo numero a baiocchi, & li passi, & li piedi del terzo numero a palmi, dando 16. palmi quadrati a vn piede quadrato, & 25. piedi quadrati a passo quadrato; & ridotti li passi del primo numero ancora a palmi, dando a vn passo quadrato 400. palmi quadrati. Così starà l'essempio.

Pal-

Palmi	*Baiocchi.*	*Palmi*		*Baiocch.*
160000.	10078.	400067?	*fanno*	$25299\frac{16713}{80000}$.

Il quarto numero de baiocc. contiene ſcudi 251. giul. 9. baiocc. $9\frac{17613}{80000}$.

Queſtione 7. VII. In vna fiera con 44. ſcudi ſono ſtate compre 25. braccia di vna certa ſorte di panno. Quanto adunque coſtaranno 260. braccia del medeſimo panno? Così ſtarà l'eſſempio.

Bracc.	*Scud.*	*Bracc.*		*Scudi.*
52.	44.	260?	*fanno*	220.

Queſtione 8. VIII. Vno ha compro 52. braccia di panno per 44. ſcudi. Quante braccia adunque comprarà con 220. ſcudi? L'eſſempio ſtarà così.

Scudi.	*Bracc.*	*Scudi.*		*Bracc.*
44.	52.	220?	*fanno*	44.

Queſtione 9. IX. Vno ha compro con certa ſomma di denari 52. braccia di pāno, & per il medeſimo prezzo ha cōpro dipoi 260. braccia di panno, le quali coſtorno ſcudi 220. Quanto adunque ſpeſe da prima? L'eſſempio s'ordinarà in queſto modo.

Bracc.	*Scudi.*	*Bracc.*		*Scudi.*
260.	220.	52?	*fanno*	44.

Queſtione 10. X. Comprò vno con 44. ſcudi alcune braccia di panno, & al medeſimo prezzo vn'altro dipoi con 220. ſcudi ne comprò 260. braccia. Quante braccia adunque ne comprò il primo? Così ſtarà l'eſſempio.

Scudi.	*Bracc.*	*Scudi.*		*Bracc.*
220.	260.	44?	*fanno*	52.

Hò

Hò posto questi quattro vltimi essempij nelli quali li medesimi quattro numeri della regola del tre in varij modi tra di loro scambiano i luoghi di maniera, che ogn'vno di quelli, come incognito, da gl'altri tre numeri conosciuti si ritroui; affinche tù intendi, in che modo ti debbi gouernare nell'altre questioni simili a queste.

REGOLA DEL TRE, CHE CHIAMANO Euersa, ouero voltat a all'indietro. Cap. XVIII.

HAVEMO detto, nei quattro numeri della regola del tre essere la medesima proportione del primo al secondo, che è del terzo al quarto: & conseguentemente, (come dalla propos. 14. del lib. 5. di Euclid. si caua) se il primo è maggiore, ò minore del terzo, il secondo parimente essere maggiore, ò minore del quarto. Il che in tutti gl'essempij proposti fin quì può esser manifesto. Hora suole accadere alle volte, che quanto è maggiore il primo del terzo, tanto debbe essere minore il secondo del quarto; & quanto è minore il primo del terzo, tanto debba essere maggiore il secondo del quarto. Per il che all'hora si douerà tenere strada contraria di quella, che già nella regola del tre insegnato habbiamo; cioè, si douerà moltiplicare il primo numero per il secondo, & il numero prodotto diuidere per il terzo. Ma quando questa regola del tre voltata all'indietro (che così la chiamano) si debba vsare, la ragione naturale facilmente ce n'insegnarà, & manifestamente dalli seguenti essempij si può conoscere delli quali il primo sia questo. *Per la regola del tre voltata all'indietro, in che modo se ne caui il quarto numero.*

I. Si compra da vno, per fare vna veste, 9. braccie di panno, la larghezza del quale è di tre palmi. *Questione I.*

Quan.

Quante braccia adunque, per fare la medesima veste, ouero vn'altra simile, bisognarà comprarne d'vn'altro panno, la larghezza del quale sia di 2. palmi? Perche la questione è del panno, che ha la larghezza di 2. palmi. Così starà l'essempio.

Palmi di larg.	*Brac.*	*Palmi di larg.*	*Brac.*
3.	9.	2?	*fanno* $13\frac{1}{2}$.

Quì tù vedi chiaramente, che quanto è più stretto il secondo panno, tanto più Brac. sono necessarie. Per la qual cosa, ancorche il primo numer. sia maggiore del terzo, nondimeno nõ per questo il secondo numero deue ancora essere maggiore del quarto, ma minore, di modo, che la medesima proportione, che ha il terzo al primo, habbia il secondo al quarto. Di quì è che il primo si deue moltiplicare per il secondo, & diuidere il numero prodotto per il terzo: perche acciò si serui la debita proportione, il terzo numero deue tenere il primo luogo nella regola del tre, ouero delle proportioni, come è stato detto, & quì si vede.

Palmi di larg.	*Palmi di larg.*	*Brac.*	*Brac.*
2.	3.	9?	*fanno* $13\frac{1}{2}$.

Questione 2. II. Vno pigliò in presto da vn'altro scudi 4000. per 3. anni, li quali quando li restituì, non ne volse pigliare frutto veruno, ma lo richiese solamente, che all'incontro gl'Imprestasse ancora denari. Gli diede dunque in presto 7480. scudi. Quanto tempo adunque costui deue ritenere questi denari, acciò venga sodisfatto del seruitio fatto di 4000. scudi, che gli haueua prestati? Perche il numero di 7480. scudi porta seco la questione, si doueranno disporre li numeri in questo modo.

Scudi.

Scudi.	Anni.	Scudi.		Anni.	Gior.	Hor.
4000.	3.	7480?	fanno	1.	220.	$13\frac{89}{187}$.

Ancora quì è cosa chiara, douersi maggior frutto a scudi 7480. che a scudi 4000. in tempo vguale; & per questo esser di bisogno di manco tempo che 3. anni per guadagnare il medesimo frutto, che si deue a 4000. scudi in 3. anni. Onde, ancorche il primo numero sia minore del terzo, non però sarà il secondo minore, del quarto, ma maggiore; in tal modo, che'l terzo al primo habbia la medesima proportione, che'l secondo, ha al quarto. Onde è, che si dourà moltiplicare il primo per il secondo, & il numero prodotto diuidere per il terzo. Perche a seruare la debita proportione, il terzo numero deue tenere il primo luogo nella regola del tre, ouero delle proportioni, si come è stato detto, & quì è manifesto.

Scudi.	Scudi.	Anni.		Anni.	Gior.	Hor.
7480.	4000.	3?	fanno	1.	210.	$13\frac{89}{187}$.

III. Quando vna misura di grano si compra a 6. scudi, il pane compro per vn baiocco, secondo l'ordine d'alcuna Città, ha di peso oncie 10. Hor se la medesima misura di grano si compra a 4. scudi, ouero a 8. quanto deue essere il peso del medesimo pane? Così staranno li essempij. *Questione 3.*

Scudi.	Oncie.	Scudi.		Oncie.
6.	10.	4?	fanno	15.
6.	10.	8?	fanno	$7\frac{1}{2}$.

La

La ragione stessa detta, che quanto il grano è a più buon mercato, tanto più debbia pesare il pane, & quanto il grano è più caro, tanto manco il pane d'vn medesimo prezzo debbia pesare. Imperoche tal proportione deue essere di 4. scudi a *6.* ouero de 8. a *6.* quale è del peso di 10. oncie al peso incognito, che si cerca. Onde secondo la regola del tre, ò delle proportioni, così s'hauerebbono da disporre i numeri.

Scudi.	*Scudi.*	*Oncie.*		*Oncie.*
4.	*6.*	10?	*fanno*	15.
8.	*6.*	10?	*fanno*	$7\frac{1}{2}$.

Questione 4. IV. Trenta lauoranti fanno vn'opera in 4. anni. In quanto tempo adunque finiranno la medesima 50. lauoranti, ouero 20? Ouero quanti lauoranti la finiranno in 2. anni, & giorni 146? Ouero in anni 4. & giorni 292? Questo essempio in quattro modi proposto così starà, ridotti prima gl'anni a giorni nelli vltimi due essempij.

Lauor.	*Anni.*	*Lauor.*		*Anni.*	*Gior.*
30.	4.	50?	*fanno*	2.	146.
30.	4.	20?	*fanno*	6.	0.

Gior.	*Lauor.*	*Gior.*		*Lauor.*
1460.	30.	876?	*fanno*	50.
1460.	30.	1752?	*fanno*	25.

Perche quanto più sono lauoranti, tanto manco tempo bisogna, & quanto manco sono, tanto più tempo ci vuole. Così ancora, quanto manco tẽ-

po

po è, tanto più lauoranti bisogna, & quanto è più tempo, tanto meno lauoranti. Adunque secondo la regola del tre, ò delle proportioni, così si porrebbono li numeri.

Lauor.	*Lauor.*	*Anni.*		*Anni.*	*Gior.*
50.	30.	4?	*fanno*	2.	146.
20.	30.	4?	*fanno*	6.	0.

Gior.	*Gior.*	*Lauor.*		*Lauor.*
876.	1460.	30?	*fanno*	50.
1752.	1460.	30?	*fanno*	25.

V. Vn'essercito assediato, nel quale sono 8500. soldati, ha da viuere per 11. mesi, ma non ci è speranza alcuna di liberarsi dall'assedio, nè d'hauere soccorso se non doppo 25. mesi. Quanti soldati adunque si deuono ritenere, acciò li basti il vitto per 25. mesi? Così si doueranno assettare li numeri. *Questione 5.*

Mesi.	*Soldati.*	*Mesi.*		*Soldati.*
11.	8500.	25?	*fanno*	3740.

Si doueranno adunq; ritenere 3740. soldati, perche a tanti bastarà il vitto per 25. mesi. Onde si douerranno cassare 4760. & mandarli via.

REGOLA DEL TRE COMPOSTA. Cap. XIX.

AVVIENE, che tal volta si pongano più che tre numeri conosciuti, ma talmente, che siano sempre tre principali, & l'altri à quelli aggiō-

ti manco principali, li quali ò denotano il tempo, ò il guadagno, ò il danno. Il che quando auuiene, si fa la regola del tre composta, & all'hora ouero s'hauerà da fare la regola del tre due, ò tre volte; ouero s'hauerà da moltiplicare ogni numero per li numeri a quello aggionti, acciò si faccino solamente tre numeri conosciuti, per li quali se ne caui il quarto incognito; Ouero s'hauerà da tentare qualch'altra via. Il che dalli essempi, che seguono, sarà manifesto, nelle quali si risolueràno varie questioni intorno al guadagno, & perdita, interuenendoci ancora diuersità di tempi, & varietà di guadagno a ragione di tanto per 100.

La regola del tre cō. posta, che cosa sia, et quando si faccia.

Questione 1.

I. Sono 8. che viuono in compagnia, & ciascun di loro paga 6. scudi il mese. Quanto adunq; sarà il prezzo del vitto di tutti per 4. anni? Questa questione così si proporrebbe bene. Vno il mese paga scudi 6. Quanto adunq; pagaranno 8. in 4. anni, cioè, in 48. mesi? Così si poranno li numeri.

Compag.	*Mese.*	*Scudi.*	*Compag.*	*Mesi.*	*Scudi.*
1.	1.	6.	8?	48.	*fanno* 2304.

Doue tù vedi, che'l primo numero d'vn compagno ha aggionto vn mese, & il terzo di 8. compagni stà aggionti 48. mesi. Prima adunque così si ordinarà la regola del tre. Se vno paga 6. scudi, quanti ne pagaranno 8? come quì si vede.

Compagni.	*Scudi.*	*Compagni.*	*Scudi.*
1.	6.	8?	*fanno* 48.

Pagano dunque 8. compagni in vn mese 48. scudi, quando vno ne paga 6. in vn mese. Dipoi vn'altra volta così si disporrà la regola del tre. Se in vn mese pagano 48. scudi, quanto pagaranno in 48. mesi? come quì sta espresso.

Mesi.

Mesi.	*Scudi.*	*Mesi.*		*Scudi.*
1.	48.	48.	*fanno*	2304.

TVTTAVIA più breuemente si risoluerà la medesima questione, se si moltiplicaranno tre di loro, tanto li due numeri posti nel primo luogo della questione, quanto li due posti nel terzo luogo, acciò si faccino tre numeri soli della regola del tre, in questo modo.

	Scudi.			*Scudi.*
1.	6.	384?	*fanno*	2303.

Perche da questa moltiplicatione ne nasce maggior num. di compagni per vn mese, che è vguale al minor numero per più mesi. Come dalla moltiplicatione di 8. compagni per 48. mesi, si producono 384. compagni per vn mese. Perche se in ogni mese sono 8. compagni, senza dubbio in 48. mesi, se sempre s'accostassero nuoui cōpagni, si fariano 384. compagni; & così tanto pagaranno quelli 384. compagni in vn mese, quanto 8. compagni in 48. mesi. Questa è la causa, perche s'hanno da moltiplicare li numeri principali per li aggionti manco principali, che significano tempo, ouero alcuna altra cosa, pur che nō siano della medesima cosa, che viene significata per li numeri principali; perche altrimēte non sarebbono due numeri, ma vno. Come se in vn luogo siano posti scudi, baiocchi, & quattrini, si riputaranno questi tre numeri per vn solo, essendo, che sono della medesima cosa, ouero, che tutti significano moneta. Et la medema ragione è proportionalmēte nelle altre questioni di questa sorte.

II. Per 200. libre di certe mercantie portate

Questione 2. per 100.miglia,si pagano scudi 4.Quanto adũque si doueranno pagare per 300. lib. portate per 400.miglia? Così li numeri si disporranno.

Lib.	Miglia.	Scudi.	Lib.	Miglia.		Scudi.
200.	100.	4.	300.	400?	fanno	24.

Moltiplicati due numeri del primo luogo, & li due del terzo luogo tra di loro,si faranno tre numeri della regola del tre, in questo modo.

	Scudi.			Scudi.
2000.	4.	100000?	fanno	24.

Se questa medesima questione vorremo sciorre per la regola del tre replicata due volte, così stara il primo essempio.

Lib.	Scudi.	Lib.		Scudi.
200.	4.	300?	fanno	6.

Et così si douerebbono pagare scudi 6. per 300. libre, portate per 100. miglia, per le quali sono state portate le 200.libre.Ma perche le 300.libr. s'hanno da condurre per 400. miglia, c osìdi nuouo nel secondo luogo stara l'essempio.

Miglia.	Scudi.	Miglia.		Scudi.
100.	6.	400?	fanno	24.

Questione 3. III. Tre persone consumano vn rubio di grano, compro per 3. scudi in 5. settimane. Quanta adunque è la spesa di ciascuno in vn dì? Così si doueranno ordinare li numeri.

Per-

Persone.	*Settimane.*	*Scudi.*	*Persone*	*Gior.*
3	5.	3.	1.	1?

fanno Scudi $\frac{3}{105}$. *cioè quattrini* $11\frac{3}{7}$.

Ma ridotte le 3. settimane a giorni, a fine, che'l primo numero, & terzo siano simili. Così starà l'essempio.

Persone.	*Giorni.*	*Scudi.*	*Persone.*	*Giorni.*
3.	35.	3.	1.	1?

fanno Scudi $\frac{3}{105}$. *cioè quattrini* $11\frac{3}{7}$.

Moltiplicati i due numeri del primo luogo, & li due del terzo tra di loro, si disporranno i tre numeri della regola del tre, in questo modo.

	Scudi.			*Scudi.*		*Quattrini.*
105.	3.	1?	*fanno*	$\frac{3}{105}$.	*cioè*	$11\frac{3}{7}$.

Per la regola del tre due volte replicata, così si risoluerà questa questione.

Persone.	*Scudi.*	*Persone.*	*Scudi.*
3.	3.	1?	1.

Giorni.	*Scudi.*	*Giorni.*		*Scudi.*		*Quattrini.*
35.	1.	1?	*fanno*	$\frac{1}{35}$.	*cioè*	$11\frac{3}{7}$.

IV. Se 300. scudi in 4. anni guadagnano 100. scudi. Che cosa guadagnaranno scudi 1580. in 7. anni? Moltiplicati li scudi, che s'espongono al guadagno, per il tẽpo aggiõtoli. Così starà l'essẽpio. *Questione 4.*

	Scudi.			*Scudi.*
1200.	100.	11060?	*fanno*	$921\frac{2}{3}$.

Per la regola del tre due volte replicata, così l'essempio starà.

Scudi.	*Scudi. del guadag.*	*Scudi.*		*Scudi del guadag.*
300.	100.	1580?	*fanno*	$526\frac{2}{3}$.

Di più

Anni.	*Scudi.*	*Anni.*		*Scudi.*
4.	$526\frac{2}{3}$.	7?	*fanno*	$921\frac{2}{3}$.

Questione 5. V. Vno con 10. scudi in tre me si ha guadagnato 4. scudi. In quanto tempo adunque con 100. scudi guadagnarà 2000. scudi? Questa questione in nisũ modo si può ridurre alla sempilce regola del tre, per esser' il tempo, nel quale li 100. scudi deuono guadagnare 2000. scudi, nõ conosciuto; donde nasce, che questo tempo non si possa moltiplicare per li 100. scudi. Et però per districcarla si douerà adoperare la regola del tre due volte, in questo modo.

Scudi.	*Scudi di guad.*	*Scudi.*		*Scudi. di guad.*
10.	4.	100?	*fanno*	40.

Et così 100. scudi guadagnaranno 40. scudi in 3. mesi, nelli quali 10. scudi hanno guadagnato scudi 4. Per la qual cosa, per sapere in quanto tempo 100. scudi siano per guadagnare 2000. scudi, si disporrà la seconda volta la regola del tre, in questo modo.

Scudi.	*Mesi.*	*Scudi.*		*Mesi.*
40.	3.	2000?	*fanno*	150.

Di modo, che se 10. scudi di 3. mesi guadagnano 4. scu-

4. ſcudi, li 100. ſcudi ne guadagnaranno 2000. ſcudi in 150. meſi. Il che facilmente ſi prouarà, ſe la queſtione ſi proporrà in queſto modo: Se 10. ſcudi in 3. meſi guadagnano 4. ſcudi, in 150. meſi quanto guadagnaranno 100. ſcudi? Imperoche ſi ritrouarà eſſere il guadagno ſcudi 2000. come quì ſi vede.

Scudi.	*Meſi.*	*Scudi.*	*Scudi.*	*Meſi.*		*Scudi.*
10	3.	4.	100.	150.	*fanno*	2000.

Perche ſe ciaſcuno tempo ſi moltiplicarà per il ſuo denaro, ſtarà l' eſſempio ridotto alla ſemplice regola del tre, in queſto modo.

	Scudi			*Scudi*
30.	4.	15000?	*fanno*	2000.

VI. Se 100. ſcudi in 8. meſi guadagnano 20. ſcudi, in quanto tempo li medeſimi 100. ſcudi ne guadagnaranno ſcudi 3000? L'ordine delli numeri ſtarà in queſto modo. *Queſtione 6.*

Scudi.	*Meſi.*	*Scudi.*		*Meſi.*
20.	8.	3000?	*fanno*	1200.

Perche quando s'eſpone ſẽpre la medeſima ſomma al guadagno, non è neceſſario di porla tra li altri numeri. Et il medeſimo ſi farà ancora, quando ſi propone il medeſimo tempo, ſi come nel ſeguente eſſempio apparirà.

VII. Se 300. ſcudi in 7. meſi guadagnano 45. ſcudi, quanto guadagnaranno 1780. ſcudi nelli medeſimi 7. meſi? Così ſtarà l'eſſempio. *Queſtione 7.*

Scudi.	Scudi di guadag.	Scudi.	Scudi di guadag.
300.	45.	1780?	fanno 267.

Questione 8. VIII. Se ad ogni soldato ciaschedun mese si desse 4. scudi, quanti denari si spenderebbono per 13000. soldati in 9. mesi? Così starà l'essẽpio.

Soldat.	Mesi.	Scudi.	Soldati.	Mesi.	Scudi.
1.	1.	4.	13000.	9?	fanno 468000.

Questione 9. IX. Se à 10. caualli ogni giorno si danno 7. misure d'orzo, ò di auena, quante misure si douerãno dare, secondo la medesima distributione, à 100. caualli in 20. giorni? Così starà l'essempio.

Caual.	Gior.	Misure.	Caual.	Gior.	Misure
10.	1.	7.	100.	20?	fanno 1400.

Questione 10. X. Se 12. mietitori mietono 20. pezzi di terreno in 9. giorni, in quanto tempo 30. mietitori mieteranno 45. pezzi? Quì è necessaria la regola del tre due volte replicata, ma nel primo luogo però la Euersa; perche 30. mietitori hanno di bisogno di manco tempo per mietere 20. pezzi, che li 12. mietitori. Così adunque starà la regola del tre Euersa.

mietit.	gior.	mietit.	gior.
12.	9.	30? fanno	$3\frac{3}{5}$.

Et così in giorni $3\frac{3}{5}$. mieteranno 30. mietitori 20. pezzi. Per la qual cosa di nuouo così starà l'essempio per la regola ordinaria del tre.

pezzi

pezzi.	*gior.*	*pezzi.*		*gior.*
20.	$3\frac{3}{5}$.	45?	*fanno*	$8\frac{1}{10}$.

XI. A Roma il ducato d'oro vale giulij $11\frac{1}{2}$. cioè baioc. 115. Quanti adunq; pigliarò di questi ducati per 1000. scudi, delli quali ogn'vno vaglia 10. giulij, ouero 100. baiocchi? Ouero, se 20. ducati d'oro fanno 23. scudi, quanti ducati si farãno con 1000. scudi? L'vno, & l'altro essempio starà in questo modo, ridotti prima li 1000. scud. a baioc. 100000. nel primo essempio. *Questione 11.*

Baioc.	*Ducat.*	*Baicc.*		*Ducat.*
115.	1.	100000?	*fanno*	$869\frac{13}{23}$.

Scudi.	*Ducati.*	*Scudi.*		*Ducati.*
23.	20.	1000?	*fanno*	$869\frac{13}{23}$.

XII. Quanti scudi riceueremo per 400. ducati, se lo scudo vale 100. baiocchi, & il ducato 115. baiocchi? Ouero se 20. ducati vagliono 23. scudi, quanti scudi si conterranno in 4000. ducati? Ridotti 4000. ducati del primo essempio à baiocchi 460000. Così starà l'vno, & l'altro essempio. *Questione 12.*

Baioc.	*Scudi.*	*Baioc.*		*Scudi.*
100.	1.	460000?	*fanno*	4600.

Ducati.	*Scudi.*	*Ducati.*		*Scudi.*
20.	23.	4000?	*fanno*	4600.

XIII. Vn mercante ha compro 300. libre d'vna certa mercantia per scudi 60. & desidera sapere, quanto guadagnarà per 100. se vende queste medesime 300. libre scudi 64. Ouero quanto *Questione 13.*

perderà per 100. se le venderà per 57. scudi. Qui è manifesto, ch'egli per 60. scudi vuol guadagnare 4. scudi; ouero perdere 3. scudi, come è chiaro, se il minor prezzo si cauarà dal maggiore. Dì adunque: Se 60. scudi guadagnano 4. ouero ne perdono 3. quanto ne guadagnaranno ouero ne perderanno scudi 100?

Scudi.	*Guad. di Scudi.*	*Scudi.*	*Guad. di Scud.*
60.	4.	100? *fanno*	$6\frac{2}{3}$.

Scudi.	*Danno di Scudi.*	*Scudi.*	*Danno di Scudi.*
60.	3.	100? *fanno*	5.

Questione 14. XIV. Và cercando tra se vn mercante, quanto habbi da spendere in 100. libre d'vna certa mercantia, che poi le medesime vendute à 64. scudi, diano di guadagno scudi $6\frac{2}{3}$. per 100. Chiara cosa è, che colui, che vuol guadagnare $6\frac{2}{3}$. per 100. vuole, che li 100. scudi creschino à $106\frac{2}{3}$. Dì adũq; Se scudi $106\frac{2}{3}$. che contengono il prezzo di 100. scudi, insieme co'l guadagno di scudi $6\frac{2}{3}$. prouengono da 100. scudi di che verranno li 64. scudi, che contengono il prezzo incognito delle 100. libre, insieme co'l guadagno ancora incognito, che renda $6\frac{2}{3}$. per 100?

prez. & guad.	*Scudi.*	*prez. & guad.*	*Scudi.*
$106\frac{2}{3}$.	100.	64.	*fanno* 60.

Si doueranno adunque comprare 100. libre per scudi 60. perche vendute dipoi per 64. scudi danno di guadagno scudi 4. ma per 100.

Questione 15. XV. E stata compra vna gioia, che se si venderà per 200. scudi, si perdono scudi 10. per 100. Quanto adunq; costò quella gioia? Qui ancora è chia-

chiaro, che colui, che perde 10. per 100. fa 90. da 100. Dì adunque; Se 90. scudi si fanno da 100. da che si faranno scudi 200?

Scudi.	Scudi.	Scudi.		Scudi.
90.	100.	200?	*fanno*	$222\frac{2}{9}$.

Costò adunq; quella gioia scudi $222\frac{2}{9}$. Et à prouarlo dirai: Se da scudi $222\frac{2}{9}$. si fanno scudi 200. quanti si faranno da 100? Perche trouarai, che si faranno 90. scudi, & però farsi il danno di 10. scudi per 100. come quì vedi.

Scudi.	Scudi.	Scudi.		Scudi.
$222\frac{2}{9}$.	200.	100?	*fanno*	90.

Ouero dirai: Se per scudi $222\frac{2}{9}$. perdo scudi $22\frac{2}{9}$. (perche se quella gioia è stata compra per scudi $222\frac{2}{9}$. & si riuende per scudi 200. è cosa chiara, che si perde scudi $22\frac{2}{9}$.) per 100. scudi, che perderò? Perche trouarai il danno di 10. scudi, come quì si vede.

Scudi.	Danno di Scudi.	Scudi.		Danno di Scudi.
$222\frac{2}{9}$.	$22\frac{2}{9}$.	100?	*fanno*	10.

XVI. Vno hà compro 1000. canne di panno à vn certo prezzo, che se hauesse speso 3. scudi meno: & doppo l'hauesse riuendute a 3600. scudi, haueria guadagnato 10. per 100. Quanto adunque costorno quelle 1000. canne di panno? Perche quello, che desidera di guadagnare 10. per 100. vuole di 100. fare 110. però dirai così; Se 100. si fanno di 110. da che si faranno 3600? come quì vedi. *Questioni 16.*

Scudi.

Scudi.	*Scudi.*	*Scudi.*		*Scudi.*
110.	100.	3600?	*fanno*	3272 $\frac{8}{11}$

Se adunque haueſſe voluto guadagnare ſolamente 10. per 100. ſarebbono coſtate quello 1000. canne di panno ſcudi 3272 $\frac{8}{11}$. Perche ſe ſcudi 3272 $\frac{8}{11}$. danno 3600. ſcudi, è neceſſario, che 100.ſcudi diano ſcudi 110.& però 10.ſcudi ſi guadagnaranno da 100.come qui ſi vede.

Scudi.	*Scudi.*	*Scudi.*		*Scudi.*
3272 $\frac{8}{11}$.	3600.	100?	*fanno*	110.

Ouero ſe ſcudi 3272 $\frac{8}{11}$. guadagnano ſcudi 327. $\frac{3}{11}$. (perche chi compra vna coſa per ſcudi 3272 $\frac{8}{11}$. & di poi la riuende per ſcudi 3600. neceſſariamẽte viene à guadagnare ſcudi 327 $\frac{3}{11}$.) per forza 100. ſcudi guadagnaranno 10. ſcudi, come quì ſi vede.

Scudi.	*guad.di Scudi.*	*Scudi.*		*guad.di Scudi.*
3272 $\frac{8}{11}$.	327 $\frac{3}{11}$.	100?	*fanno*	10.

Ma perche nella queſtione è ſtato aggionto, che colui guadagnarebbe 10. per 100. ſe haueſſe cõpro quelle 1000. canne di panno 3. ſcudi meno, & l'haueſſe vendute a 3600. ſcudi, è coſa chiara, che hà ſpeſo 3.ſcudi più delli ſcudi 3272 $\frac{8}{11}$. Per la qual coſa quelle 1000.canne di panno ſaranno coſtate ſcudi 3272 $\frac{8}{11}$.

Queſtione 17. XVII. Vno hà compro 1000. canne di panno a vn certo prezzo, che ſe li fuſſero coſtate 6. ſcudi di più, & poi fuſſero ſtate vendute a 3600.ſcudi,n'hauerebbe perſo 10. ſcudi per 100. Quanto adunq; fù il prezzo di quelle 1000.canne? Perche co-

cò lui, che perde 10. per 100. fa 90. da 100. però dirai: Se 90. si fanno da 100. da che si faranno 3600?

Scudi.	*Scudi.*	*Scudi.*		*Scudi.*
90.	100.	3600?	*fanno*	4000.

Se adunque hauesse perso solamente 10. per 100. sarebbono costate 1000. canne di panno scudi 4000. Perche se 4000. scudi danno scudi 3600. bisogna, che scudi 100. diano scudi 90. che è cosa chiara. Ouero se 4000. scudi perdono 400. scudi (Peroche chi compra alcuna cosa per 4000. scudi, & ne vende la medesima à scudi 3600. perde al certo scudi 400.) necessariamente scudi 100. ne perderanno 10. come tù vedi quì.

Scudi.	*Danno di Scudi.*	*Scudi.*		*Danno di Scudi.*
4000.	400.	100?	*fanno*	20.

Ma perche nella questione è stato aggionto, ch'egli hauerebbe perso 10. per 100. s'hauesse compre le 1000. canne a scudi 6. di più, & che poi l'hauesse vendute per scudi 3600. è cosa chiara, che hauerà speso scudi 6. mãco di 400. Per la qual cosa 1000. canne di pãno costorono scudi 3994.

XVIII. Chi vende vna mercantia 20. baiocchi la libra, guadagna 30. per 100. Quanto adũque guadagnarà, se la venderà a maggior prezzo come dire a 24. baiocchi? Quì prima è necessario cercare quanto costa vna libra, che venduta a 20. baiocchi, dia di guadagno 30. per 100. come habbiamo insegnato nella questione 14. in questo modo: Se 130. (cioè, il prezzo, che è 100. & il guadagno, che è 30.) vengono da 100. come da prezzo, da che verranno 20. baiocchi, che cõtengono *Questione 18.*

gono il prezzo incognito d'vna libra, & ancora insieme il guadagno incognito, che renda 30. per 100?

130. 100. 20? *fanno* $15\frac{5}{13}$.

Costarà dunque vna libra $15\frac{5}{13}$. baioc. Perche di quì nascerà, se baioc. $15\frac{5}{13}$. (vendendo vna libra a baioc. 20.) guadagnano baioc. $4\frac{8}{13}$. che con 100. baioc. si guadagnano baioc. 30. come tù vedi quì.

$15\frac{5}{13}$. $4\frac{8}{13}$. 100? *fanno* 30.

Hora trouato il prezzo d'vna lib. esser baiocc. $15\frac{5}{13}$. è cosa chiara, se vna lib. si vẽderà a baioc. 24. che da baioc. $15\frac{5}{13}$. si guadagnarãno baioc. $8\frac{8}{13}$. Per la qual cosa da baioc. 100. si guadagnaranno baioc. 56. come quì vedi.

$15\frac{5}{13}$. $8\frac{8}{13}$. 100? *fanno* 56.

Questione 14. XIV. Chi vende 100. libre d'vna certa mercantia a 10. scudi, perde 10. per 100. Quanto adunq; perderà per 100. se la venderà a minor prezzo, cioè a 8. scudi? Quì ancora è necessario prima cercare, quanto costano quelle 100. libre, che vẽdute a 10. scudi diano di danno 10. per 100. si come habbiamo insegnato nella questione 15. in questo modo. Se 90. si fanno da 100. (perche chi perde 10. per 100. fa 90. da 100.) da qual numero si faranno 10?

90. 100. 10? *fanno* $11\frac{1}{9}$.

Si sono compre adunq; quelle 100. lib. a scudi $11\frac{1}{9}$. Perche da quì seguitarà; Se scudi $11\frac{1}{9}$. (vendendo quelle

quelle 100.libr.à 10.ſcudi) perdono ſcudi $1\frac{1}{9}$.che con ſcudi 100.ſi perdano 10. come quì tù vedi.

$11\frac{1}{9}$. $1\frac{1}{9}$. 100? *fanno* 10.

Ritrouato in queſto modo il prezzo di quelle 100.libre eſſer ſcudi $11\frac{1}{9}$. è coſa chiara, che ſe le medeſime 100.libre ſi vendano à ſcudi 8. che da ſcudi $11\frac{1}{9}$. ſi viene à perdere ſcudi $3\frac{1}{9}$. Per là qual coſa per 100. ſcudi ſe ne perderanno 28. come quì tù vedi.

$11\frac{1}{9}$. $3\frac{1}{9}$. 100? *fanno* 28.

XX. Vn Mercante ha compro in Portogallo 50000. libre di pepe a ſcudi 10000.& iui per dogana pagò ſcudi 500. Et il nolo di là fino in Italia, coſtò ſcudi 300.Et nel porto s'è pagata vn'altra gabella di ſcudi 200. Doppo la vettura del mare ſino a Fiorena coſtò 100. ſcudi, & lì è ſtata pagata vn'altra gabella di 100. ſcudi. Et vltimamente alli miniſtri mandati per quel traffico per lor mercede, & vitto, ſono ſtati dati ſcudi 1000. Hora ſtà in dubbio, a quanto habbia da vendere la libra, accio che ſopra ogni ſpeſa guadagni 2. giulij per libra.Quì prima è neceſſario raccorre in vn'sõma tutte le ſpeſe fatte, acciò ſi habbia il prezzo, che cõ tutte quelle ſpeſe s'è ſpeſo per le 50000. libre. La quale ſomma contiene nel dato eſsẽpio 12200.ſcudi. Per il che ſe 50000.libr.coſtano 12200. ſcudi, ouero 12200.giulij, vna libra coſtarà giulij $2\frac{11}{25}$. come qui vedi. *Queſtione 20.*

	Scudi.
Pepe.	10000.
Dog.	500.
Nolo.	300.
Dog.	200.
Vettur.	100.
Dog.	100.
Miniſt.	1000.
	12200.

lib.

lib.	*giul.*	*lib.*	*giul.*
50000.	122000.	1?	*fanno* $2\frac{1}{2}\frac{1}{5}$.

Adunque ſe ogni libra ſi venderà giulij $4\frac{1}{2}\frac{1}{5}$. ſi guadagnarà per ciaſcuna giulij 2.



RE-

REGOLA DELLE COMPAGNIE.

Cap. X X.



EGVITA la regola delle Compagnie di grande vtilità, & molto vsata da' Mercanti, la quale in vero tutta depende dalla regola del tre, come da gl'essempij, che seguiranno, si farà manifesto. Et serue questa regola, quando più persone fanno compagnia, doue ciascuno mette vna certa somma di denari, & si fa in questo modo. Si raccoglino li denari di tutti in vna somma, & il numero raccolto si pone nel primo luogo della regola del tre, & nel secondo luogo si pone il guadagno commune, ò il danno, che prouiene dal denaro di tutti, & vltimamente nel terzo luogo si pongono li denari di ciascheduno separatamente, &c. Di maniera, che tante volte s'hà da fare la regola del tre, quanti sono gl'interessati nella compagnia. Ma quando interuiene diuersità di tempi, si doueranno moltiplicare li denari di ciascuno per il suo tempo, innanzi che si raccoglino tutti li denari in vna somma. Doppo si doueranno raccore in vna somma questi numeri prodotti, per trouare il primo numer. nella regola del tre. Et nel terzo luogo si porranno li numeri prodotti dalla moltiplicatione de i denari di ciascuno nel suo tempo separatamente posto però di nuouo il guadagno, ò il danno commune, nel luogo di mezzo. Il che nelli essempij sarà manifesto: delli quali il primo sia questo.

La regola delle cõpagnie, quãdo serue, & come si fà.

Quante volte la regola del tre si hà da fare nella regola delle cõpagnie.

Che si debba fare nel la regola delle compagnie, quando ci è diuersità di tempi.

I. Quat-

Questione I. I. Quattro Mercanti fatto compagnia, hanno guadagnato in certe fiere 6000. scudi. Il primo di quelli diede solamente 60. scudi. Il secondo 100. Il terzo 120. Et il quarto 200. Si dubita hora, quanto di quel guadano deue hauere ciascun di quelli, hauendo risguardo al denaro, che hà messo. Primamente si deue raccorre la sõma delli denari di tutti, che è 480. scudi. Dipoi si deue fare quattro volte la regola del tre, in questo modo. Se 480. scud. che sono li denari raccolti dalli denari di tutti, hãno guadagnato scudi 6000. che guadagnarãno scud. 60. che scud. 100. che 120. & che 200. che ciascheduno hà posto? come qui si vede.

Scudi.	*Guad. di Sc.*	*Scudi.*		*Guad. di Scudi.*
		60?		750. *del pr.*
		100?		1250. *del sec.*
480.	6000.	120?	*fanno*	1500. *del terz.*
		200?		2500. *del qu.*
				6000.

Fatta l'operatione, come vuole la regola del tre trouarai il primo douer pigliare scudi 750. il secondo 1250. il terzo 1500. & il quarto 2500.

La proua di questo sarà, se li guadagni di tutti in vna somma raccolti farãno tutto il guadagno come nel proposto essẽpio vedi esser stato fatto.

Questione 2. II. Tre Mercanti, comprate che hanno delle mercantie, caricano vna naue. Le mercantie del primo costorno scudi 300. del secondo scud. 500. del terzo scudi 180. Doppo sopragionta vna gran tempesta, sono state buttate in mare le mercantie più graui, che costauano scud. 400. & sono cõuenuti tra loro, che questa perdita sia commune. Quãto danno adũq; toccarà a ciascuno a ragione delle

delle mercantie d'ogni vno? Raccolganſi in vna ſomma li ſcudi di tutti, & il num. raccolto 980. ſi ponga nel primo luogo nella regola del tre, & il danno commune nel ſecondo, & li denari di ciaſcheduno nel terzo, come quì vedi.

		Scudi.		Danno di Scudi.
Scu.	*Danno di Sc.*	(300?)		($122\frac{440}{980}$. *primo.*
980.	400.	(500?)	*fanno*	($204\frac{80}{980}$. *ſecond.*
		(180?)		($73\frac{460}{980}$. *terzo.*

Il primo adunque perderà ſcudi $122.\frac{440}{980}$. il ſecondo $204.\frac{80}{980}$. & il terzo $73\frac{460}{980}$.

III. Tre vogliono comprare 4000. libre di Zuccaro, che ſi ſtimano da 500. ſcudi. Il primo però ne vuole libre 1300. Il ſecondo 1460. & il terzo le libre 1240. che reſtano. Quanto adunq; pagarà ciaſcuno di loro? Dì: Se 4000. libre vagliono 500. ſcudi, quãto valerãno 1300. & quãto 1460. & quãto 1240. libre, quali ciaſcheduno vuol pigliare? Et ritrouarai il primo douer pagare ſcudi $262\frac{1}{2}$. Il ſecondo $182\frac{1}{2}$. & il terzo 155. come quì vedi. *Queſtione 3.*

		Libre.		Scudi.
Lib.	*Scudi.*	(1300?)		($162\frac{1}{2}$. *del primo.*
4000.	500.	(1460?)	*fanno*	($182\frac{1}{2}$. *del ſecondo.*
		(1240?)		(155. *del terzo.*

IV. Tre fatta la compagnia hanno guadagnato ſcud. 1000. il primo hà meſſo ſcud. 200. li quali doppo 8. meſi ridimandò. Il ſecondo diede ſcudi 450. & doppo 6. meſi gli rihebbe. Il terzo finalmente poſe ſcudi 500. & gli laſciò nel traffico 10. meſi. Quanto adunque toccarà a ciaſcuno di guadagno, hauendo riſguardo alli denari, & tẽpo? Moltiplichiſi il denaro d'ogn'vno per il ſuo *Queſtione 4.*

M tem-

tempo, & li num. prodotti si raccolgano in vna somma per il primo numero della regola del tre. Et nel secõdo si ponghi il guadagno, & nel terzo quei tre numeri prodotti. Nel nostro essempio dalli denari del primo per il suo tempo si fanno scudi 1600. Dalli denari del secondo per il suo tempo, 2700. Dalli denari del terzo per il suo tempo, 5000. & la somma raccolta da questi numeri è 9300. Così adunque starà l'essempio.

Guad. di Scudi.				*Guad. di Scudi.*
9300.	1000.	1600. 2700. 5000.	*fanno*	$172\frac{4}{93}$ *del primo.* $290\frac{30}{93}$ *del secondo.* $537\frac{50}{93}$ *del terzo.*

Questione 5. V. Tre fatta la cõpagnia, hanno guadagnato scudi 1000. Il primo hà posto scudi 300. per 10. mesi. Il secondo hà posto scudi 700. Il terzo scudi 800. Et il primo del guadagno ha pigliato scudi 500. Il secondo 300. & il terzo 200. Quanto tempo adunque sono stati nel traffico li denari dell'altri due? Perche, come nella questione precedente è stato detto, s'ha da moltiplicare li denari di ciascuno nel suo tempo, moltiplicaremo per tanto li denari del primo per il suo tempo, & faremo 3000. Et da questo prodotto viene il guadagno del primo. Acciò dunque sappiamo, da' quali prodotti prouenghino li guadagni de gl'altri due. Diremo: Se 500. scudi (che è il guadagno del primo) viene da 3000. da che verranno 300. & 200. scudi, che sono li guadagni de gl'altri due? come quì si vede.

Guad. di Scudi.		*Guad. di Scudi.*		
500.	3000.	300. 200.	*fanno*	1800. *del secondo.* 1200. *del terzo.*

Adunque il tempo del secondo moltiplicato per il

il denaro suo fa 1800.& del terzo 1200.Per ilche se partiremo 1800. per 700. cioè, per li denari del secondo, ritrouaremo mesi $2\frac{4}{7}$. ne i quali dal secondo sono stati esposti al guadagno li scudi 700. Così se partiremo 1200. per 800. cioè, per li denari del terzo, ritroueremo mesi $\frac{1}{2}$. per il terzo.

Esperimentarai questo esser così, se in questo modo proporrai la compagnia. Tre fata la cõpagnia, hanno guadagato scudi 1000. Il primo ha posto scudi 300. per 10. mesi. Il secondo scudi 700. per mesi $\frac{4}{7}$. Il terzo scudi 800. per mesi $1\frac{1}{2}$. Quanto adũque ciascheduno a ragione delli suoi denari, & a proportione del tempo pigliarà dal guadagno? Se moltiplicaremo li denari di ciascuno per il suo tempo, faremo delli denari del primo nel suo tẽpo, 3000. scudi. Delli danari del secõdo per il suo tẽpo, 1800. & delli denari del terzo nel suo tẽpo, 1200. & questi tre prodotti fãno la somma di 6000. Così adũque starà l'essempio.

	Guad. di Scudi.	(3000?)		(500. *del primo.*
6000.	1000.	(1800?)	*fanno*	(300. *del secondo.*
		(1200?)		(200. *del terzo.*

Doue tù vedi esser riuscito il guadagno di ciascuno, come nella questione si proponeua. Adunque li tempi delli due vltimi sono stati ritrouati giustamente.

VI. Quattro hanno fatto compagnia di durarsi due anni, & hãno guadagnato scudi 1000. Il primo nel principio della compagnia pose scudi 3000. & doppo passato l'ottauo mese ne cauò da quelli scudi 1000. Doppo nel principio del vigesimo mese hà posto di nuouo scudi 1200. Il secõdo da principio hà dato scudi 2400. e doppo pas- *Questione 6.*

sati 6. mesi ne hà leuato scudi 800. ma al principio del decimosesto mese di nuouo ne pose scudi 1400. Il terzo nel principio della compagnia pose scudi 2000. & passati 7. mesi ripigliò tutti li suoi denari, ma nel principio del decimo ottauo mese di nuouo pose scudi 1600. Il quarto finalmẽte nel principio del settimo mese pose scudi 1800. & doppo 4. mesi finiti ne pigliò scudi 900. ma nel principio del decimo settimo mese di nuouo diede scudi 1500. Quanto adunque ciascheduno pigliarà dal cõmune guadagno à ragione delli suoi denari, & tẽpo? Quì diligentemẽte s'hà da ricercare, quanti denari ciascuno hà posto, e per quãto tempo, &c. Il che acciò si faccia più chiara, l'essempio proposto esplicaremo in questa maniera.

PERCHE il primo nel principio della compagnia hà dato scudi 3000. & ne rihebbe 1000. doppo 8. mesi finiti, è cosa chiara, quello hauer posto nel commun traffico scudi 3000. per 8. mesi. Moltiplicãdo adunque 3000. per 8. faremo 24000. Et perche doppo 8. mesi passati ne cauò scudi 1000. è cosa certa, esser restati in compagnia commune scudi 2000. insino al fine del decimonono mese, quando ne portò di nuouo altri denari. Leuando adunque 8. mesi da 19. rimangono 11. mesi, nelli quali espose solamente scudi 1000. e moltiplicãdo 2000. per 11. faremo 22000 Doppo questo, perche di nuouo diede scudi 1200. nel principio nel vigesimo mese, insino al fine del secondo anno, è cosa manifesta, che s'aggiõgeremo questi 1200. scudi alli 200. scudi quello nel commun traffico hauer hauuto per quei 5. mesi, che restauano delli due anni, scudi 3200. Moltiplicãdo adũque 3200. per 5. faremo 16000 Hora raccogliendo insieme questi prodotti 24000. 22000. 16000. in vna sõma faremo 62000

il qual

il qual numero sarà, quanto pose il primo, prodotto però dalli denari,& tempo del medesimo.

PARIMENTE perche il secondo per 6. mesi diede scudi 2400.percioche passato il 6. mese,ne leuò scudi 800. moltiplicaremo per tanto 2400. per 6. & faremo 14400. Et perche nel principio del decimosesto mese,si dice,che pose nuoui denari, è cosa chiara,esso dal principio del settimo mese,insino al fine del decimoquinto,cioè,per 9. mesi hauer hauuto nella compagnia commune, scudi 1600.che auanzano,leuati che saranno scudi 800. da 2400. Moltiplicando adunque 1600. per 9. faremo similmente 14400. Doppo perche si dice nel principio del decimosesto mese di nuouo hauer posto scud.1400.è cosa chiara,questo denaro esser stato dato fuori per li 9.mesi restanti delli due anni. Alli quali se s'aggiongeranno scudi 1600. che ancora stanno nel commun traffico,si faranno scudi 3000. che per quelli vltimi 9. mesi furono nel traffico commune. Moltiplicando adunqne 3000. per9. faremo 27000. & raccolti questi tre prodotti 14400. 14400. 27000.in vna somma,faremo 55800.per il num. del secondo, prodotto però dalli denari, & dal tempo del medesimo.

DOPPO questo, perche il terzo per 7. mesi ha contribuito scudi 2000. poiche 7. mesi passati, se li ripigliò,moltiplicaremo per tanto 2000. per 7. & faremo 14000. Ma perche al principio del decimoottauo mese di nuouo diede fuora scudi 1600. moltiplicaremo 1600. per 7.(perche tanti mesi restano delli due anni) & faremo 11200. & raccolti questi due prodotti 1400. 11200. in vna somma,faremo 25200. cioè,il numero prodotto dalli denari,& del tempo del terzo Mercante.

PERCHE finalmente il quarto nel principio del settimo mese per 4. mesi pose scudi 1800. moltiplicaremo 1800.per 4.& faremo 7200.Ma perche finiti li 4. mesi ripigliò scudi 900.lasciando solo scudi 900. che furno nel traffico per 6. mesi, dal principio dell'vndecimo mese insino al fine del decimosesto mese,quando di nuouo pose denari, moltiplicaremo 900.per 6.faremo 5400. Ma perche nel principio del decimosettimo mese pose di nuouo scudi 1500. insino al fine delli due anni, alli quali se aggiongeremo scudi 900. che ancora sono nel commun traffico, faremo 2400.Moltiplicando adunque 2400.per 8.mesi, che restano delli due anni, faremo 19200.& raccolti questi tre prodotti 7200. 5400. 19200. in vna somma, faremo 31800. per il num. prodotto dalli denari, & tempo del quarto Mercante.

HORA raccogliendo in vna somma questi quattro numeri 6200. 55800. 25200. 31800.che sono prodotti dalli denari, & tempi di ciascheduno,faremo 174800.per il primo numero della regola del tre, & nel secondo sarà il guadagno commune, & nel terzo il numero prodotto dalli denari, & tempi di ciascuno, come nella quarta questione è stato detto. Così adunque starà l'essempio.

174800.	10000.	(62000?)
		55800?
		25200?
		31800?

fanno	$3556\frac{1562}{1748}$.	*del primo.*
	$3192\frac{384}{1748}$.	*del secondo.*
	$1441\frac{1132}{1748}$.	*del terzo.*
	$1819\frac{388}{1748}$.	*del quarto.*

Tre

VII. Tre fanno cõpagnia. Il primo pone scudi 400. il secondo scudi 300. & baiocchi 86. Il terzo scudi 1000. giulij 7. baiocchi 9. Et in questo traffico hanno hauuto mala sorte, & hanno scapitato di tutta la sõma scudi 160. Quãto è adũq; il danno di ciascuno? Ridotta ogni cosa à baiocchi, si faranno per il primo 40000. baiocchi per il secondo 30086. & per il terzo 100079. la somma de quali è 170165. Così adunq; starà l'essempio. *Questione 7.*

	Baioc.		*Danno di Baioc.*
Se	170165.	*fanno*	10000.

	Baioc.		*Danno di Baioc.*
	(40000?)		(2350 $\frac{112250}{170165}$.
Che fa-	(30086?)	*fanno*	(1768 $\frac{8280}{170165}$.
r anno.	(100079?)		(5881 $\frac{46635}{170165}$.

VIII. Tre hanno fatto compagnia. Il primo portò scudi 200. & gli lasciò nella compagnia 12. mesi: Il secondo contribuì scudi 240. Il terzo pose vna collana d'oro; il prezzo della quale ridomandò passati 10. mesi. Il guadagno acquistato fù di scudi 138. & fatta la debita distributione, il primo hebbe scudi 60. il secondo 48. & il terzo 30. Quãti mesi adunq; lasciò il secondo li denari contribuiti nella cõpagnia & quanti scudi è stata stimata la collana d'oro, acciò le dette portioni del guadagno si douessero à ciascuno? Perche il denaro di ciascheduno deue esser moltiplicato per il suo tẽpo, moltiplicaremo li 200. scudi del primo per 12. mesi, & faremo 240. Per questo nu. gli toccorno di guadagno scudi 60. Dì adunq; acciò tù sappi con che num. il secondo acquistò il guadagno di scud. 48. Se 60. scud. vẽnero da 2400. donde sono venuti scudi 48? Come quì vedi. *Questione 8.*

60.	2400.	48?	*fanno*	1920.

Et ritrouarà, 1920. Il qual numer. è prodotto da scudi 240. del secondo nel suo tempo. Partendo adunq; il detto num. 1920. per 240. ne verranno mesi 8. nelli quali li denari del secõdo furono nel traffico. Di nuouo acciò tù sappi, che con num. il terzo habbi acquistato il guadagno di scud. 30. dì; Se il guadagno di scud. 60. nasce da 2400. donde verrà il guadagno di scudi 30. del terzo? Ouero, se il guadagno di scudi 48. è prouenuto da 1920. donde verrà il guadagno di scudi 30. del terzo? Come quì vedi.

90.	2400.	30?	*fanno*	1200.
48.	1920.	30?	*fanno*	1200.

Peroche sempre ritrouarai il num. 1200. il quale è prodotto da 10. mesi del terzo nelli suoi denari cioè, nel prezzo della collana. Partendo adunque questo numero 1200. per 10. mesi, ne vscirà il valor della collana, cioè, scudi 120. li quali il terzo per 10. mesi pose nel traffico.

Conoscerai, che la cosa stà così, se in questo modo proponerai la compagnia. Tre fatta la compagnia, hanno guadagnato scudi 138. Il primo ha dato scudi 200. per 12. mesi. Il secondo scudi 240. per 8. mesi. Et il terzo scudi 120. per 10. mesi. Quanto adunque del guadagno si deue a ciascuno di loro? Peroche moltiplicati li denari di ciascuno per il suo tempo, ritrouarai il guadagno di ciascuno, si come è stato detto nella questione come quì si vede.

Guad.

Guad. di Scudi.				Guad. di Scudi.
5520. 138.	2400?		fanno	60. del primo.
	1920?			48. del secondo.
	1200?			30. del terzo.

IX. Tre fatta la compagnia da durare per vn' anno, hanno guadagnato vna certa somma di scudi. Il primo da principio pose 1000. scudi. Il secõdo dopp o passati due mesi diede certa somma di denari. Finalmente il terzo quattro mesi doppo'l secondo pose ancor lui non sò che somma di denari, che non si sà. Finita però la compagnia, participorno tutti vgualmente del guadagno. Quanto adunque il secondo, & quanto il terzo diede in questa compagnia? Moltiplicando li 1000. scudi del primo per 12. mesi, nelli quali li lasciò nella compagnia, si faranno scudi 12000. & tanto à punto si deue fare ancora delli denari del secondo nel suo tempo, & parimẽte delli denari del terzo nel suo tempo, poiche deuono hauere vgual guadagno. Et perche il secõdo lasciò nel traffico li suoi denari 10. mesi, se partiremo 12000. per 10. ritrouaremo li denari del secondo essere stati scudi 1200. Ma se li partiremo per 6. mesi, nelli quali il terzo espose li suoi denari, ritrouaremo li denari del terzo essere stati scudi 2000. Perche in questa maniera dalli denari di ciascuno nel suo tẽpo si produrrà il num. 12000. che terrà il terzo luogo nella regola del tre, & perciò tutti tre haueranno vgual guadagno, quantunque sia stato quel guadagno commune. Perche se il guadagno commune, per essempio, fusse stato scudi 900. & questi tre numeri 12000. 12000. 12000. che dalli denari di ciascuno da per se nel proprio tẽpo sono prodotti, si raccogliessero in vna somma, così starebbe l'essempio. Questione 9.

36000.

36000. 900. { 12000. 12000. 12000. } fanno { 3000. 3000. 3000.

Questione 10. X. Tre in vn commun traffico hanno guadagnato scudi 190. li quali così tra di loro hanno distribuiti, che la parte del primo fusse tre volte più della parte del secondo, & quattro volte più della parte del terzo, Et il primo pose per 12. mesi scudi 80. il secondo diede li suoi denari per 8. mesi, & il terzo per 4. Quanto adunque ciascheduno di questi due vltimi hanno posto in questa compagnia, & che cosa ciascuno ha preso del guadagno? Moltiplica li denari del primo, cioè scudi 80. per il suo tempo, cioè, per 12. mesi, & farai 960. Di questo numero pigli $\frac{1}{3}$. cioè 320. Et similmente $\frac{1}{4}$. cioè 240. Perciòche questi sono li numeri, che si deuono produrre dalli denari delli due vltimi nelli suoi tempi. Perche à questo modo il guadagno del secondo sarà $\frac{4}{3}$. del guadagno del primo, & il guadagno del terzo sarà $\frac{1}{4}$. del medesimo, si come anco il num. 320. dal quale ne nasce il guadagno del secondo, è $\frac{1}{3}$. del numero 680. dal quale si produce il guadagno del primo, & il numer. 240. che partorisce il guadagno del terzo, è $\frac{1}{4}$. del medesimo num. 960. Se adunque partiremo 320. per 8. mesi del secõdo, ritrouaremo scud. 40. che furono inuestiti dal secõdo. Et se diuideremo 240. per 4. mesi del terzo, si produranno 60. scudi per il terzo. Perche quest o modo li denari di ciascheduno da per se moltiplicati per li suoi tẽpi produranno li numeri 960. 320. 240. il primo de quali è triplo del secõdo, & quadruplo del terzo. Donde ne segue, che ancora i guadagni haueranno le medesime proportioni, come quì vedi.

1520.

1520. 190. { 960? 320? 240? } fanno { 120. 40. di guadagno. 30.

XI. Tre fatta la compagnia, posero nel commune traffico scudi 1520. & hanno guadagnato scudi 190. quali (hauendo risguardo alli denari, che ciasceduno hà posto) così tra loro l'hanno partiti. Il primo ha hauuto 120. il secondo 40. Che cosa dunque ha hauuto il terzo, & che cosa ciascheduno pose in detta compagnia? Se si cauarà il guadagno del primo, dipoi quello del secondo da tutto il guadagno, rimarrà il guadagno del terzo, scudi 30. Conosciuto adunque il guadagno di ciascheduno da per se, dirai; Se tutto il guadagno di 100. scudi è prouenuto dalli denari communi di scudi 1520. da che ha origine il guadagno del primo 120. scudi, & il guadagno del secondo di scudi 40. & il guadagno del terzo di scudi 30? Et ritrouarai il primo hauer portato nella compagnia scudi 960. il secondo 320. & il terzo 240. come quì vedi. *Questione 11.*

190. 1520. { 120? 40? 30? } fanno { 960. del primo. 320. del secondo. 240. del terzo.

La proua si si farà, se dirai: Se 1520. che è la somma delli denari, che ciascheduno contribuì, hanno guadagnato 190. quanto guadagneranno 960. 320. & 240? Perche ritrouarai li guadagni essere 120. 40. 30.

XII. Tre fatta la cōpagnia portarono in quello 1520. scudi con li quali hanno guadagnato scudi 190. Il primo fatta la distributione, hebbe scudi *Questione 12.*

di 1080. il qual numero è composto dal suo capitale, & dal guadagno, che gli toccò per conto delli denari; che pose. Similmente il secondo pigliò scudi 360. & il terzo 270. Quanto adunque ciascheduno pose, & quãto hà guadagnato? Fatta vna somma delli denari, che tutti hanno posti, & dal commun guadagno, la quale è 1710. dirai; Se 1710. cioè, il capitale, & guadagno di tutti prouẽgono da 1520. cioè, dalli denari di tutti, da che veranno 1080. che è il numero, che contiene li denari, & il guadagno del primo? & donde nasceranno 360. cioè, il denaro, & il guadagno del secondo? & da qual numero si produranno 270. il qual numero contiene li denari, & guadagno del terzo? Et ritrouarai in questo modo li denari, che ciascheduno da per se hà posto, come quì è chiaro.

		(1080?)		(960. *del primo.*
1710.	1520.	(360?)	*fanno*	(320. *del secondo.*
		(270?)		(240. *del terzo.*

Leuando adunq; li denari di ciascuno del numer. che li tocca, restarà il guadagno solo. Così ritrouarai il guadagno del primo essere scudi 120. del secondo 40. & del terzo 30.

Questione 13. XIII. Due in vn traffico commune hanno guadagnato scudi 200. delli quali al primo ne toccorno scudi 50. Il secondo però diede il doppio più del primo, & di più scudi 8. Quanto adunque l'vno, & l'altro hà posto? Perche il primo hà guadagnato scudi 50. è cosa chiara, il secondo, che hà posto il doppio più, hauer guadagnato scudi 100. & perciò gl'altri 50. scudi, che auanzano di tutto il guadagno di 200. scudi, esser guadagno di scudi 8. li quali di più il secondo pose. Adunq;

per

per hauere li denari, che l'vno, & l'altro pose, dirai: Se 50. scudi che restorno, prouengono da 8. scudi, li quali il secōdo di più diede, da che si produranno 50. scudi, che il primo hà guadagnato, & da che 100. scudi che ha guadagnato il secondo? Et ritrouarai in questo modo il primo hauer posto scudi 8. & il secondo 16. come quì vedi.

50. 8. { 50? 100? } fanno { 8. 16.

Se adunque aggiongerai 8. à 16. scudi del secondo, farai 24. scudi, che il secondo pose in quella compagnia.

La proua di questo sarà, se 8. scudi, & 24. che l'vno, & l'altro contribuirno raccorrà in vna sōma, che 32. & dirai; Se 32. hanno guadagnato 200. quanto guadagnaranno 8. & quanto 24? Perche ritrouarai il guadagno del primo essere 50. & del secondo 150. come quì vedi.

32. 300. { 8? 24? } fanno { 50. 150.

XIV. Due fecero compagnia. Il primo pose scudi 120. & il secondo 180. & pigliorno vn Procuratore con questa conditione, che dal guadagno pigliase 10. per 100. Il guadagno però è stato 1000. scudi. Quanto adunque deue hauere il Procuratore, & l'vno, & l'altro di quelli? Dì; Se 100. danno 10. al Procuratore, che darāno 1000? & ritrouarai scudi 100. che si deuono al Procuratore a ragione di 10. per 100. Leuati adunque questi 100. scudi da tutto il guadagno, cioè, da tutti 1000. scudi, restano scudi 900. per il guadagno dell'vno, & dell'altro. Dì adunque: Se *Questione 14.*

300.

300. ſcudi, che ambedue poſero, hanno guadagnato ſcudi 900. quanto guadagnaranno ſcudi 120.& quanto 180? come quì ſi vede.

300. 900. $\left\{ \begin{matrix} 120? \\ 180? \end{matrix} \right\}$ *fanno* $\left\{ \begin{matrix} 360. \\ 540. \end{matrix} \right.$

Queſtione 15. XV. Tre fecero compagnia, & guadagnorno ſcudi 1520. Il primo contribuì ſcudi 1080. & il ſecondo 360. ma il terzo poſe tanti denari, che gli toccorno del guadagno ſcudi 240. Quanto adunque queſto terzo poſe, & quanto ha guadagnato ciaſcheduno di quei due primi? Leua ſcudi 240. che il terzo ha guadagnato, da tutto il guadagno di ſcudi 1520.& auanzaranno per il guadagno delli due primi, ſcudi 1280. Dì adunque: Se 1440. ſcudi, che il primo,& il ſecondo poſero, hanno guadagnato 1280. quanto guadagnaranno ſcudi 1080. del primo,& quanto ſcudi 360. del ſecondo? Et ritrouarai il guadagno del primo eſſere *960*.& del ſecondo 320. come quì vedi.

1440. 1280. $\left\{ \begin{matrix} 1080? \\ 360? \end{matrix} \right\}$ *fanno* $\begin{matrix} 960. \\ 320. \end{matrix}$

Percioche in queſta maniera il guadagno di tutti ſarà ſcudi 1520. Ma per ſapere, quanti denari poſe il terzo. Dì: Se il guadagno delli primi due di ſcudi 1280. ha origine di ſcudi 1440. li quali ſono ſtati poſti da loro nella detta compagnia, donde verrà il guadagno di ſcudi 240. del terzo? Et ritrouarai 270. ſcudi, come quì vedi.

1280. 1440. 240? *fanno* 270.

Queſtione 16. XVI. Tre hanno poſto vguali ſomme di denari, &

ri, & hanno guadagnato scudi 1000. in vn'anno. Il primo lasciò il suo denaro in cõpagnia 7. mesi. Il secondo leuò il suo doppo 6. mesi: ma il terzo lasciò il suo insino alla fine dell'anno. Quãto adũque ciascheduno pigliarà del guadagno? Raccolti tutti li mesi, ne i quali lasciorno li suoi denari, che faranno la sõma di 25. Dirai: Se 25. mesi guadagnano 1000. quãto guadagnaranno 7. mesi, & quanto 6. & quanto 12? come quì è stato fatto.

25.	1000.	7? 6? 12?	*fanno*	280. 240. 480.

Che questo sia vero, è cosa chiara, atteso, che li guadagni di tutti fanno scudi 1000. che si diceua tutti hauere guadagnati.

Lo prouarai nondimeno à questo modo. Fingi che ciascuno habbia posto scudi 100. & moltiplicali per il tempo di ciascuno, & farà 700. 600. & 1200. Raccolti doppo tutti questi numeri in vna somma, che è 2500. dì; Se 2500. guadagnano 1000. quanto guadagnarono 700. 600. & 1200? Imperoche ritrouarai li medesimi guadagni, che prima, come quì vedi.

2500.	1000.	700? 600? 1200?	*fanno*	280. 240. 480.

XVII. Quanto in compagnia hanno guadagnato scudi 340. li quali così tra loro sono stati distribuiti, hauendo risguardo alli denari, che posero che quante volte il secõdo ha hauuto 5. tante volte il terzo habbia hauuto 9. & quante volte il terzo ha hauuto 7. tante volte il quarto habbia *Questione 17.*

hauu-

hauuto 11. Et finalmente quante volte il quarto ha hauuto 9. tante volte il primo habbia hauuto 13. il primo diede scudi 286. Quanto adunq; gl'altri hanno posto, & quanto ciascheduno ha riportato dal guadagno? Quì s'esprimono le proportioni delli guadagni, & conseguentemente ancora delli denari, dalli quali vengono li guadagni. Imperoche li guadagni sono proportionali alli denari posti. Perche adunque il primo tante volte deue hauere 13. quãte volte il quarto 9. sarà proportione delli denari esposti la medesima, che è da 13. a 9. per amor che vn medesimo num. moltiplicãdo 13. & 9. produce li denari dell'vno, & dell'altro, poiche tante volte in quelli del primo deuono esser contenuti li 13. quante volte in questi del quarto li 9. Dì adunq; Se 13. dãno scud. 286. che il primo ha posto, quãto darãno 9? & ritrouarai sc. 198. che il quart. pose come quì vedi.

13. 286. 9? *fanno* 198.

Doue tù vedi, tante volte essere contenuto il 9. in 198. quante volte il 13. in 286. si ritroua.

Ma perche si dice, che il quarto deue hauere 11. tante volte, quante volte il terzo hà 7. sarà per tanto tal proportione di 198. alli denari del terzo, che è da 11. à 7. Dì adunq; Se 11. dãno 198. quanto daranno 7? & ritrouarai li denari esposti dal terzo esser scudi 126. come quì si vede.

11. 198. 7? *fanno* 126.

Doue ancora è manifesto, tante volte essere contenuto il 7. nel 126. quanto volte il 11. in 198. si ritroua.

Di nuouo perche il terzo tante volte deue hauere

uere 9.quante volte il secondo ha 5.sarà per questo tale proportione di 126.alli denari del secondo,che è da 9. à 5. Dì adunque; Se 9. danno 126. quanto mi daranno 5? & ritrouarai li denari posti dal secondo esser scudi 70. come quì si vede.

9. 126. 5? *fanno* 70.

Doue ancora si vede,tante volte ritrouarsi il 5. in 70. quante volte il 9. in 126.si contiene.

Hauuti in questa maniera, li denari, che ciascheduno pose, ritrouaremo il guadagno di quelli,come nell'altre compagnie.Imperoche raccolti li denari di tutti in questa somma 680. Diremo: Se 680.guadagnano 340.quanto guadagnaranno 286. 70. 126. 198. che il primo, secondo, terzo,& quarto hanno posto? come quì si vede.

680.	340.	286?	*fanno*	143.*del primo.*
		70?		35.*del secondo.*
		126?		63.*del terzo.*
		198?		99.*del quarto.*

Doue chiaramente tu vedi,tutti li guadagni fare 340.& tante volte essere contenuto il 13. in 143. quante volte il 9. in 99. & tante volte il 5. in 35. quante volte il 9. in 63. & tante volte il 7. in 63. quante volte 11. in 99.

XVIII. Tre vogliono partire tra di loro scudi 760. con questa conditione,che ogni volta,che il primo hauerà 10. scudi,il secondo n'habbia 7.& il terzo 2. Quanto adunque hauranno da pigliare per vno? Raccogli insieme 10. 7. & 2. acciò habbi 19. Doppo dì: Se 19. danno 760. quanto daranno 10.7.& 2? come quì vedi. *Questione 18.*

19. 760. { 10? 7? 2? } *fanno* { 400.*del primo*. 280.*del secondo*. 80.*del terzo*. }

Questione 19. XIX. Quattro vogliono partire tra di loro scu. di 785. con questo patto, che quante volte il primo hauerà 10. tante volte il secondo habbia 7. ma quante volte il secondo hauerà 14. tante volte il terzo habbia 3. & vltimamente quante volte il terzo hauerà 12. tante volte il quarto habbia 9. Quanto adunq; ciascheduno pigliarà? Acciò si renda più facile l'operatione, si douerà cominciare dall'vltimo, cioè, dal quarto, il quale per maggior facilità poniamo hauere vna volta 9. Hauerà adunq; il terzo vna volta 12. Ma perche quante volte il terzo ha 3. tante volte il secondo deue hauere 14. se partiremo il numero 12. del terzo per 3. ritrouaremo il Quotiente 4. che mostra nel 12. quattro volte essere contenuto il 3. Moltiplicaremo adunque 14. per il detto Quotiente 4. & ritrouaremo 56. cioè il numero del secondo, nel quale il 14. in tante volte si contiene quante volte il 3. nel 12. si ritroua. Et perche quãte volte il secondo hà 7. tante volte il primo deue hauere 10. Se partiremo 56. cioè, il numero del secondo per 7. ritrouaremo il Quotiente 8. che mostra nel 56. esser cõtenuto il 7. otto volte. Moltiplicaremo adunq; 10. per questo Quotiente 8. & produrremo 80. cioè, il num. del primo, nel quale tante volte si contiene il 10. quante volte il 7. in 56. Et così le parti del num. dato 785. deuono hauere le proportioni di questi num. 80. 56. 12. 9. Perche in questa maniera tãte volte il primo hauerà 10. quante volte il secondo 7. Et tante volte il secondo 14. quante volte il terzo 3. Et quante vol-

volte il terzo 12. tante volte il quarto 9. Raccolti adunque quei numeri in vna somma, che sarà 157. Dì: Se 157. danno 785. quanto daranno 80. 56. 12. & 9? come quì vedi.

158.	785.	80?	fanno	400. *del primo.*
		56?		280. *del secondo.*
		12?		60. *del terzo.*
		9?		45. *del quarto.*

In vn'altro modo così si scioglierà la medesima questione proposta. Perche quando il primo ha 10. il secondo ha 7. porremo 10. per il primo, & 7. per il secondo. Doppo perche quando il secondo hà 14. il terzo ha 3. diremo: Se 14. del secondo sono 7. quanto saranno 3. del terzo? & ritrouaremo $1\frac{1}{2}$. & tal proportione hauerà la positione del secondo alla positione del terzo, quale ha 7. à $1\frac{1}{2}$. cioè, tante volte saranno 14. nel 7. quante volte il 3. in $\frac{1}{2}$. Di nuouo perche, quando il terzo ha 12. il quarto ha 9. diremo: Se 12. del terzo sono $1\frac{1}{2}$. quanto saranno 9. del quarto? & ritrouaremo $1\frac{1}{8}$. & tal proportione hauerà la positione del terzo alla positione del quarto, quale ha $1\frac{1}{2}$. a $1\frac{1}{8}$. cioè, tante volte saranno 12. nel $1\frac{1}{2}$. quante volte il 9. nel $1\frac{1}{8}$. Hora raccogliendo questi numer. 10. 7. $1\frac{1}{2}$. $1\frac{1}{8}$. in vna somma faremo $19\frac{5}{8}$. Onde diremo: Se $19\frac{5}{8}$. danno 785. quanto daranno 10. 7. $1\frac{1}{2}$? come quì vedi.

$19\frac{5}{8}$.	785.	(10?)	fanno	(400. *del primo.*
		(7?)		(280. *del secondo.*
		($1\frac{1}{2}$?)		(60. *del terzo.*
		($1\frac{1}{8}$?)		(45. *del quarto.*

XX. Quattro Capitani, sei Alfieri, & 100. Soldati nel sacco d'vna Città presero, vna casa, doue *Questione 20.*

 fece-

fecero bottino di 72400. scudi, li quali trà di loro così hanno partiti, che quante volte ciascheduun Capitano pigliò 8. tante volte ogni Alfiere ne prese 5.& ogni soldato 3. Quanto adunq; toccarà a ciascuno di quella preda? Moltiplica il num.4. delli Capitani per 8. cioè, per il numero, che tante volte ciascheduu Capitano deue hauere, quante volte gl'altri 5.& 3. & farai 32.Similmente moltiplica il numero 6. delli Alfieri per 5. & il numero 100.delli soldati per 3.& farai 30.& 300.faranno la somma 362.Dì adunque: Se 362. danno 72400.quanto daranno 32.30.& 300? come quì vedi.

		(2Ɛ)		(6400.
362.	72400.	(0Ɛ)	*fanno*	(6000.
		(50Ɛ)		(60000.

Si che li quattro Capitani pigliorono da quella preda 6400.scudi,& gli sei Alfieri 6000. & li cento soldati 60000. che tutti insieme fanno la somma delli scudi settantadue milla,& quattrocento ritrouata. Hora se partiremo li scudi 6400. delli Capitani per il numero 4. delli Capitani, ritrouaremo ciascuno di loro hauer hauuto scudi 1600.Et se diuideremo gli 6000.scudi delli Alfieri per sei, ritrouaremo esser toccato a ciascuno scudi mille. Et finalmente se li scudi sessanta milli delli soldati diuideremo per cento, ritrouaremo ciascheduno hauer hauuto scudi seicento. Doue chiaramente tù vedi, tanta volte l'otto essere contenuto nel mille,& seicento, quante volte il cinque nel mille, & il terzo,nel seicento,cioè ducento volte.

Questione 21. XXI. Trouandosi vno vicino à morte, che haueua vna figliuola, & vn figliuolo, il quale si di-

diceua esser morto nella guerra, così lasciò, che fusse partita tra la moglie, & la figliuola la heredità di scudi 18088. che la moglie ne hauesse $\frac{2}{3}$. & la figliuola $\frac{1}{3}$. Ma se per sorte il figliuolo ritornasse, che esso ne hauesse $\frac{2}{3}$. Hora accadde, che'l figliuolo ritornò. In che modo adunque questa heredità hà da essere distribuita, acciò si sodisfaccia alla volontà del Testatore? E cosa chiara, questa domãda non potersi intendere così, come suonano le parole. Perche se il figliuolo ne piglia $\frac{2}{3}$. la moglie non ne potrà hauere $\frac{2}{3}$. & la figliuola $\frac{1}{3}$. Per la qual cosa tutti gl'Aritmetici, espongono la volontà del Testatore esser stata, che il figliuolo n'hauesse il doppio più della moglie, & la moglie il doppio più che la figliuola, si come la proportione di queste minutie $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{3}$. che è dupla (perche la minutia $\frac{2}{3}$. contiene due volte la minutia $\frac{1}{3}$.) par che mostri. Si che il numero 18088. si douerà diuidere in tre parti, in tal modo, che la prima contenga la seconda due volte, & la seconda abbracci similmente la terza due volte, cioè, che habbino proportione dupla continua. Il che si farà in questo modo. Poni la terza essere 1. Sarà la seconda adunque 2. & la prima 4? che tutte fanno 7. Dì adunque: Se 7. danno 18088. che daranno 4. 2. 1? come quì vedi.

7. 18088.	4?			10336. *del figliuolo.*
	2?		*fanno*	5168. *della moglie.*
	1?			2584. *della figliuola.*

XXII. Tre ritrouorno vna borsa cõ scudi 3042. li quali così tra di loro distribuirono. Il primo pigliò $\frac{1}{2}$. il secõdo $\frac{1}{3}$. & il terzo $\frac{1}{4}$. Quãto adunque toccò à ciascuno? Quì ancora si vede manifestamente, la questione non potersi intendere, come *Questione 22.*

ſuonano le parole. Perche ſe il primo ne haueſſe pigliato $\frac{1}{2}$. & il ſecondo $\frac{1}{3}$. non hauerebbe potuto il terzo pigliarne $\frac{1}{4}$. Perche queſte tre minutie ſono più d'vn'intiero, atteſo, che fanno $\frac{13}{12}$. Per queſto il ſenſo è, che il numero dato ſi diuida in tre parti, le quali habbino le medeſime proportioni tra di loro, che queſte minutie $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{1}{4}$. Et per far queſto, ſi ritroui vn numero numerato dalli Denominatori. Il minimo numero quì è 12. ritrouato per quello, che hauemo ſcritto nel cap. 10. Da queſto numero pigli $\frac{1}{2}$. cioè 6. & $\frac{1}{3}$. cioè 4. & $\frac{1}{4}$. cioè 3. le quali parti raccogliendo inſieme hauerai 13. Dì adunque: Se 13. danno 3042. quanto daranno 6. 4. & 3? come quì vedi.

		(6?)		(1404. *del primo.*
13.	3042.	(4?)	*fanno*	(936. *del ſecondo.*
		(3?)		(702. *del terzo.*

La proua farà queſta. Riduci le date minutie alla medeſima denominatione, come dire à $\frac{6}{12}$. $\frac{4}{12}$. $\frac{3}{12}$. Perche queſte minutie haueranno le medeſime proportioni, che hanno li Numeratori. Et le medeſime hanno li tre numeri ritrouati 1404. 936. 702. che è coſa manifeſta.

Queſtione 23. XXIII. Tre hanno trouato vn ſacchetto con 1407. ſcudi, li quali così tra di loro partirono. Il primo ne pigliò $\frac{1}{2}$. il ſecondo $\frac{3}{4}$. il terzo $\frac{8}{11}$. Quãto adunque ciaſcuno ne pigliò? Quì ancora il ſenſo è, che il dato numero ſi diuida in tre parti proportionali alle date minutie, altrimẽte ſaria impoſſibile, che la queſtione poteſſe ſtare. Ritrouato adunque per il cap. 10. il minimo num. 110. che contiene le dette minutie, pigli la ſua metà, 55. & tre quinti, 66. & otto vndecimi, 80. & tutte queſte parti raccogli in vna ſomma 201. & dì:

Se

Se 201. danno 1407. quanto daranno 55. 66. & 80? come quì vedi.

		(55?)		(385. *del primo.*
201.	1407.	(66?)	*fanno*	(462. *del secondo.*
		(80?)		(560. *del terzo.*

La proua si farà, come nella questione passata. Perche ridotte le date minutie alla medesima denominatione, come dire à $\frac{55}{110}$. $\frac{86}{110}$. $\frac{80}{110}$. haueranno li tre numeri ritrouati le medesime proportioni, che hanno queste minutie, cioè, li Numeratori di quelle che'è cosa chiara.

XXIV. Quattro vogliono partire tra di loro scudi 396. in tal modo, che'l primo ne habbia $\frac{1}{2}$. & di più 10. Il secondo $\frac{3}{5}$. manco 20. Il terzo $\frac{1}{3}$. & di più 8. Et finalmente il quarto $\frac{1}{4}$. manco 6. Quãto adunque ciascuno ne pigliarà? In questa sorte di questioni leua da tutta la somma li numeri, che oltra le parti dette si deuono pigliare, & aggiungi gl'altri numeri, che deuono mancare à dette parti, alla medesima sõma. Come, quì leua 10. & 8. rimarrà 378. aggiongi di nuouo 20. & 6. & farai 404. Doppo ritrouato il minimo numero 60. che cõtiene le date minutie, del quale $\frac{1}{2}$. è 30. & $\frac{3}{5}$. 36. & $\frac{1}{3}$. 20. & $\frac{1}{4}$. 15. li quali numeri tutti fanno 101. Di adunque: Se 101. danno 404. (il qual num. è fatto dalla raccolta, & sottrattione delli dati numeri di tutta la somma 396.) che daranno 30. 36. 20. & 15? come quì vedi. *Questione 24.*

		(30?)		(120. *del primo.*
101.	404.	(36?)	*fanno*	(144. *del secondo.*
		(20?)		(80. *del terzo.*
		(15?)		(90. *del quarto.*

Adunque questi quattro numeri ritrouati, hanno le medesime proportioni che le date minutie: Ma in vna somma raccolti fãno 404. & non 396. come propone la questione. Che se al primo aggiongerai 10. per fare 130. & dal secondo leuarai 20. per far restare 124. & al terzo aggiongerai 8. per fare 88. & finalmente dal quarto leuarai 6. per far restare 54. faranno questi quattro numeri, 369. Ma accioche habbino le dette proportioni, si haueranno dà leuare prima, & aggiongere quelli numeri, che sono stati aggionti, & leuati: Si che veramente 130. à 124. habbia la medesima proportione, che $\frac{1}{2}$. à $\frac{3}{5}$. se prima si cauaranno 10. da quello, & à questo s' aggiongeranno 10. Di modo, che con raggione se dirà, il numero 130. contenere $\frac{1}{2}$. & di più 10. ma il numero 124. contenere $\frac{3}{5}$. manco 20. &c.

XXV. E vna cisterna, che hà da basso tre cannelle disuguali; aperta la maggiore, si versa tutta l'acqua in 2. hore, & aperta la mezzana, si versa tutta in 3. hore; & finalmente aperta la minore, si versa tutta in 6. hore. In quanto tẽpo adunque vscirà fuora tutta l' acqua, aprendosi tutte tre le cannelle, posto, che da principio insino al fine per ciascheduna venghi l'acqua fuora sempre vniformamente nel medesimo modo? Ritrouato il minimo numero, che sia misurato da i tẽpi espressi nella questione, cioè, dalle hore 2. 3. & 6. il quale quì è 6. dirai: Se la maggior cannella in 2. hore vota vna cisterna, quante cisterne votarà in 6. hore? & ritrouarai 3. Similmente, se la cannella mezzana vota vna cisterna in 3. hore, quante cisterne votarà in 6. hore? & ritrouarai 2. Di più se la cannella più piccola vota vna cisterna in 6. hore, quante cisterne votarà in 6. hore? & ritrouarai 1. come quì vedi.

Hore.

Hore.	Cisterna.	Hore.	Cisterna.
2. 3. 6.	1.	6;	3. 2. 1.

Hora raccolti in vna somma questi tre numeri ritrouati 3.2.1. per fare 6. dì: Se 6.cisterne si votano in 6. hore, in quanto tempo se ne votarà vna? & ritrouarai in vn'hora. Il che prouarai in questo modo. Se la maggior cannella vota tutta la cisterna in 2. hore, & la mezzana in 3. & la più piccola in 6. quanta parte della cisterna ciascheduna cannella votarà in 1.hora? come quì è stato posto.

Hore.	Cisterna.	Hore.	Cisterna.
2. 3. 6.	1.	1;	$\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{6}$.

Perche ritrouarai, che la maggior canella vota $\frac{1}{2}$. della cisterna, & la mezzana $\frac{1}{3}$. & la più piccola $\frac{1}{6}$. le quali parti tutte fanno vna cisterna intiera.

Questa medesima questione così ancora si può proporre. In vna cisterna, che hà nella cima tre cannelle disuguali: la maggiore riempe la cisterna in 2.hore la mezzana in 3. & la più piccola in 6. Adunq; in quanto tempo tutte insieme empiranno la cisterna? & ritrouarai, che in 1.hora.

Similmente così ancora si può proporre. Sono tre maestri: il primo finisce vn'opera in 2.anni: il secondo in 3.& il terzo in 6. Adunque in quanto tempo tutti insieme finiranno la medesima opera? & ritrouarai, che in 1. anno.

Ma le questioni di questa sorte si possono ancora risoluere in questo modo. Cerchisi per la regola

la

Vn' altro modo di sciorre questa sorte di questioni.

la del tre, quant'acqua ciascuna canella votarà in vn'hora? & li tre numeri ritrouati si raccolghino in vna somma. Perche se questa somma sarà vna cisterna, si ricercarà vn'hora, acciò tutte le canelle votino tutta la cisterna; ma se non sarà 1. cisterna, si ritrouarà il tempo desiderato per la regola del tre, come in questo essempio sarà manifesto. Sono tre maestri. Il primo finisce vna certa opra in 6. anni. Il secondo in 9. Il terzo in 18. In quanto tempo adunq; tutti insieme la medesima opra finiranno? Dì: Se il primo finisce in 6. anni vn'opra, & il secondo in 9. & il terzo in 18. quanto farà ciascuno in vn'anno? come quì vèdi.

Anni.	*Opra.*	*Anni.*	*Opra.*
6.)			($\frac{1}{6}$ *del primo.*
9.)	1.	1?	($\frac{1}{9}$ *del secondo.*
18.)			($\frac{1}{18}$. *del terzo.*

Tutti questi tre numeri ritrouati fanno $\frac{1}{3}$. Dì adunque? Se $\frac{1}{3}$. dell'opra ricerca vn'anno, quanti anni ricercarà vn'opra intiera? & ritrouarai 3. anni. Il che prouarai, come di sopra, secondo che quì vedi.

Anni.	*Opra.*	*Anni.*	*Opra.*
6.)			($\frac{1}{2}$. *del prinno.*
9.)	1.	3?	($\frac{1}{3}$ *del secondo.*
18.)			($\frac{1}{6}$. *del terzo.*

Imperoche ritrouarai, il primo finire in 3. anni, $\frac{1}{2}$. dell'opra: il secondo $\frac{1}{3}$. & il terzo $\frac{1}{6}$. le quali parti tutte fanno vn'opra intiera.

Se il primo essempio si risoluesse in questo modo, subito nella prima operatione s'hauerebbe l'intento; perche in vn'hora tutta la cisterna si

vota,

vota, come dall'operatione della proua del detto essempio è manifesto.

XXVI. E vna cisterna, che ha vna cannella nella bocca, per la quale s'empie in 4. hore; ma nel più basso del fondo n'ha vn'altra cannella, per la quale in 6. hore si vota. Se adunque di continuo v'entri, & esca dell'acqua, in quanto tempo la cisterna s'empierà? Primieramente è necessario di ritrouare, quanta parte della cisterna (posta nella conditione) in vn'hora s'empierà, in questo modo. Se in 4. hore s'empie vna cisterna, quanta parte s'empierà in vn'hora? & ritrouarai $\frac{1}{4}$. di cisterna. Di nuouo, se in 6. hore si vota vna cisterna, quanta parte se ne votarà in vn'hora? & ritrouarai $\frac{1}{6}$. di cisterna. Se adunque leuarai $\frac{1}{6}$. da $\frac{1}{4}$. restarà $\frac{1}{12}$. di cisterna; & tanta parte di cisterna s'empierà in vn'hora. Dì adunq; Se $\frac{1}{12}$. di cisterna ricerca vn'hora, quanto tempo vorrà vna cisterna? & ritrouarai 12. hore; & in tante hore la cisterna s'empierà. Il che prouarai in questo modo esser vero. Se in 4. hore s'empie vna cisterna, in 12. hore quante cisterne s'empieranno? & ritrouarai 3. cisterne. Di più: Se in 6. hore si vota vna cisterna, in 12. hore quante cisterne si votaranno? & ritrouarai 2. cisterne, le quali se leuarai dalle 3. ritrouate, restarà vna cisterna piena. Questione 26.

Et se alcuno dicesse, la cisterna per la cannella di sopra s'empie in 3. hore, & per quella da basso si vota in 8. hore, si risoluerà nel medesimo modo la questione, se dirai; Se in 3. hore s'empie vna cisterna, quanta parte se n'impierà in vn'hora; & ritrouarai $\frac{1}{3}$. di cisterna. Di più; Se in 8. hore si vota vna cisterna, quãta parte se ne votara in vn'hora? & ritrouarai $\frac{1}{8}$. di cisterna. Se adunq; leuarai $\frac{1}{8}$. di $\frac{1}{3}$. restaranno $\frac{5}{24}$. & tanta parte della cisterna

s'em-

s'empierà in vn'hora. Dì adunque: Se $\frac{5}{24}$. di cisterna ricercano vn'hora, che tempo ricercarà vna cisterna? & ritrouarai hore 4 $\frac{4}{5}$. nel qual tẽpo tutta la cisterna s'empierà. Il che così prouarai. Se in 3. hore s'empie 1. cisterna in hore 4 $\frac{4}{5}$. quãte cisterne s'empieranno? & ritrouarai 1 $\frac{3}{5}$. Di più: Se in 8. hore si vota vna cisterna, in hore 4 $\frac{4}{5}$. quãte cisterne si votaranno? & ritrouarai $\frac{3}{5}$. che se leuarai $\frac{3}{5}$. da 1 $\frac{3}{5}$. resterà vna cisterna piena.

Vn'altro modo di spedire questa questione.

Forse piu breuemente si spediranno queste medesime questioni, se si cercarà, quanta parte della cisterna s'empie in quelle hore, nelle quali tutta s'empierebbe, se niente ne vscisse. Il che così si farà nella prima questione. Dì: Se 6. hore votano vna cisterna, quanta parte ne votaranno in 4. hore? & ritrouarai $\frac{2}{3}$. & se cauarai $\frac{2}{3}$. da vno. (Perche poniamo empirse vna cisterna in 4. hore, se non ne vscisse niente) restarà $\frac{1}{3}$. di cisterna, che in 4. hore s'empierà. Dì adunque di nuouo: Se $\frac{1}{3}$. di cisterna ricerca 4. hore, che ricercarà vna cisterna? & ritrouarai 12. hore, come prima.

Ma nell'vltima questione, dì: Se 8. hore votano vna cisterna, quanta parte ne votaranno in 3. hore? & ritrouarai $\frac{3}{8}$. & se leuarai $\frac{3}{8}$. da vno. (Perche poniamo empirse vna cisterna in 3. hore se non n'vscisse niente) restaranno $\frac{5}{8}$. di cisterna, che in 3. hore s'empieranno: Dì adunque di nuouo; Se $\frac{5}{8}$. di cisterna vogliono 3. hore, che vorrà vna cisterna? & ritrouarai hore 4 $\frac{4}{5}$. come prima.



R E-

REGOLA DI ALLIGATIONE,

OVERO DI LIGAMENTO.

Cap. XXI.



OGLIONO spesse volte gl'Aritmetici mescolare varie mercantie di varij prezzi di tal sorte, che statuito vn certo prezzo mezzano, se ne comprino tutte con quello. Il che fanno per vna certa regola, che la dimandano di Alligatione, ouero di Legamento: percioche in essa si legano varie mercantie, in vn certo modo, ad vn prezzo solo, come dalli esempij, che seguiranno, sara manifesto.

La regola dell'Alligatione, che cosa sia.

I. Sono due sorte di vino: Vna misura del primo costa baiocchi 20. & vna misura del secondo si vende a baiocchi 12. Quanto adunque si dourà pigliare dell'vno, & dell'altro, accioche vna misura vaglia 15. baiocchi? Poni vn prezzo sotto l'altro, & alla bāda sinistra di quelli metti il prezzo statuito, il qual'è mezzo tra li due dati prezzi. Doppo paragoni l'vno, & l'altro prezzo dato cō il prezzo statuito, & la differēza dell'vno & dell'altro ponialla parte destra delli prezzi, scambieuolmente però, cioè, la differenza del mag-

Questione 1.

La regola dell'Alligatione, come si faccia.

Prezzo mezzano.	Prezzi.	Differenze.
	20.	3.
15.		
	21.	5.
		8.
	Sōma delle Differenze.	

gior

gior prezzo appresso al minor prezzo,& la differenza del minor prezzo appresso al maggiore: & queste differenze raccogli in vna somma; come nell'essempio vedi.

Doppo questo disponi la regola del tre due volte, talmente,che la somma delle differenze tẽghi il primo luogo,& vna misura il secondo, & l'vna, & l'altra differenza il terzo, come quì vedi.

8. 1. (3?) *fanno* ($\frac{3}{8}$. *del primo*.
(5?) ($\frac{5}{8}$. *del secondo*.

Dì adunque: Se la somma 8.delle differenze dì 1. misura,che darà ciascheduna differenza 3. & 5? & ritrouarai del primo vino douersi pigliare $\frac{3}{8}$. d'vna misura: & del secondo $\frac{5}{8}$. & così farà vna misura da tutte due,che costarà baiocchi 15. Il che così prouarai. Dì: Se 1. misura del primo vino vale 20. baiocchi, che valeranno $\frac{3}{8}$? Similmente: Se 1. misura del secondo vino vale 12. baiocchi,che valeranno $\frac{5}{8}$. come quì vedi.

1.	20.	$\frac{3}{8}$.	*fanno*	$7\frac{1}{2}$.
1.	12.	$\frac{5}{8}$.	*fanno*	$7\frac{1}{2}$.

Peroche ritrouarai, che li due prezzi fanno 15. baiocchi,come si propone.

Questione 2. II.Sono due sorti di argento non purgato. La libra del primo vale scudi 30. & la libra dell'altro vale scudi 24. Adunque, accioche 1. libra vaglia scudi 28.quanto argento dell'vno,& dell'altro si dourà pigliare? Fatta l'Alligatione, come nella precedente

	Prezzi.	*Differenze.*
Prezzo mezzano.	30.	4.
	24.	
	28.	2.
		6.
	Somma delle Differenze.	

que.

questione. Dì: Se la somma 6. delle differenze di 1. libra, che darà ciascheduna differenza 4. & 2. come quì vedi.

6. 1. $\left\{ \begin{matrix} 4? \\ 2 \end{matrix} \right\}$ *fanno* $\left\{ \begin{matrix} \frac{2}{3}. \\ \frac{1}{3}. \end{matrix} \right.$ *del primo.* *del secondo.*

Perche in questo modo hauerai 1. lib. d'argento, che costarà 28. scudi. Et per farne la proua, dì: Se 1. libra del primo argēto vale 30. scud. che varrāno $\frac{2}{3}$. di vna libra? Dì più: Se 1. libra del secōdo argento vale 24. scudi, che valerà $\frac{1}{3}$. come quì vedi.

1.	30.	$\frac{2}{3}$?	*fanno*	20.
1.	24.	$\frac{1}{3}$?	*fanno*	8.

Et così 1. libra costarà 28. scudi, come si propone.

Questione 3.

III. La libra di pepe vale 4. giulij. La libra di garofoli 3. giulij. La libra di cannella 6. giulij. La libra di zaffarano 18. giulij. La libra di zenzero 8. giulij. Quanto adunque se ne dourà pigliare da ciascuna cosa, acciò 1. libra costi 7. giulij? Quando si propongono più cose da alligarse, in varij modi si può fare l'alligatione, pur che ciaschedũna almeno vna volta si leghi. Però che può ciaschedun prezzo con vn'altro qual si voglia, ouero con più, esser legato al prezzo mezzano, di modo però, che il detto prezzo statuito sia mezzano tra li due, che si legano à esso: ouero vgual a d'vno di quelli, & in nissuna maniera maggiore, ò minor di tutti due, come sarà chiaro in questo essempio, che di-

Nota, che possa esser fatta l'alligatione d'vn medesimo essempio in varij modi.

Prezzo mezzano.	*Prezzi.*		*Differenze.*	
	Pepe.	4.	1.	
	Garofoli.	3.	3.	
7.	*Cannella.*	6.	1.	
	Zaffarano.	10.	4.	
	Zenzero.	8.	3.	1.
			13.	
	Somma delle Differenze.			

chia-

chiararemo con varie alligationi.

Prima adunque legaremo li prezzi del pepe, & del zenzero al prezzo mezzano, le differenze delle quali sono 3. & 1. poste scambieuolmente. Doppo li prezzi del garofolo, & del zaffarano le differenze delle quali sono 4. & 3. ancora poste scambieuolmente. Vltimamente, per che riman solo la cannella, legaremo il prezzo di quella con il prezzo del zenzero, per essempio, le differenze delle quali sono 1. & 1. scritte ancora scambieuolmente. La somma di tutte le differenze è 13. Ma le differenze incontro del zenzero fanno 4. Percioche sempre s'hanno da raccorre in vna somma le più differenze poste incontro d'alcun prezzo medesimo. Dì hora: Se la somma 13. delle differenze da 1. che darà ciascheduna differenza 1.3.1.4.& 4? come quì vedi.

Che si debba fare, quãdo più differenze si pongono all'incontro del medesimo prezzo.

		(1?)		($\frac{1}{13}$. *di Pepe.*
		(3?)		($\frac{3}{13}$. *di Garofoli.*
13.	1.	(1?)	*fanno*	($\frac{1}{13}$. *di Cannella.*
		(4?)		($\frac{4}{13}$. *di Zaffarano.*
		(4?)		($\frac{4}{13}$. *di Zenzero.*

Imperoche in questo modo hauerai 1. libra di tutte queste cose, che costarà 7. giulij. Et per farne la proua, dì: Se 1. libra di pepe vale 4. giulij, che valerà $\frac{1}{13}$? Dì più: Se 1. libra di garofoli vale 3. giulij, che valeranno $\frac{3}{13}$? Dì più Se 1. libra di cannella vale 6. giulij, che valerà $\frac{1}{13}$? Dì più: Se 1. libra di zaffarano vale 10. giulij, che valeranno $\frac{4}{13}$? Di più: Se 1. libra di zenzero vale 8. giulij, che valeranno $\frac{4}{13}$? come quì vedi.

	(4.)		($\frac{1}{13}$.)		($\frac{4}{13}$. *di Pepe.*
	(3.)		($\frac{3}{13}$.)		($\frac{9}{13}$. *di Garofoli.*
1.	(6.)	*che*	($\frac{1}{13}$.)	*fanno*	($\frac{6}{13}$. *di Cannella.*
	(10.)		($\frac{4}{13}$.)		($3\frac{1}{13}$. *di Zaffarano.*
	(8.)		($\frac{4}{13}$.)		($2\frac{6}{13}$. *di Zenzero.*

Et ritrouarai tutti li prezzi fare 7. giulij, come si propone.

In vn'altro modo si farà l'Alligatione, se li prezzi del pepe, & del zenzero si legaranno al prezzo mezzano: Et così li prezzi del pepe, & del zaffaranno: Dopò li prezzi del garofolo, & del zenzero: & di nuouo li prezzi del garofolo, & del zaffarano; & finalmente li prezzi della canella, & del zaffaranno; & li prezzi della canella, & del zenzero, si come è stato fatto in questo essempio. Nè in questo essempio è possibile di fare più legamēti. Perche li prezzi del pepe, del garofolo & della cannella non possono essere legati tra di loro, essendo, che ciascheduno è minore del prezzo mezzano statuito, & così ciascheduno di quelli solamente due volte può essere legato: Et delli vltimi due l'vno, & l'altro tre volte, cioè, non ciascheduno delli tre primi: Ma tra di loro non possono esser legati, non essendo il prezzo statuito di 7. giulij, tra di loro mezzano, ò ad vno di loro vguale,

Vn' altro modo di alligare questa terza questione.

	Prezzi.		*Differenze.*
Prezzo mezzano. 7.	*Pepe.*	4.	1.3.
	Garofoli.	3.	1.3.
	Cannella.	6.	3.1.
	Zaffarano.	0.	3.4.1.
	Zenzero.	18.	3.4.1.
			28.
	Somma delle Differenze.		

ma minore di tutte due. Dì adunque: Se la somma 28. delle differenze d'1. libr. che dara ciascuna differenza 4. 4. 4. 8. & 8? come quì vedi.

		(4.)		($\frac{4}{28}$. *di Pepe*.
		(4.)		($\frac{4}{28}$. *di Garofoli*.
28.	1.	(4.)	*fanno*	($\frac{4}{28}$. *di Cannella*.
		(8.)		($\frac{8}{28}$. *di Zaffarano*.
		(8.)		($\frac{8}{28}$. *di Zenzero*.

Et così farai 1. lib. di tutte le spetie dette, che costarà 7. giulij. Et per prouarlo, dì: Se 1. lib. di pepe vale 4. giulij, quanto valeranno $\frac{4}{28}$.? Dì più: Se 1. lib. de garofoli vale 3. giulij, quanto valerãno $\frac{4}{28}$?&c. come tù vedi quì esser stato fatto.

	(4.)		($\frac{4}{28}$.)		($\frac{16}{28}$ *di Pepe*.
	(3.)		($\frac{4}{28}$.)		($\frac{12}{28}$ *di Garofoli*.
1.	(6.)	*che*	($\frac{4}{28}$.)	*fanno*	($\frac{24}{28}$ *di Cannella*.
	(10.)		($\frac{8}{28}$.)		($2\frac{24}{28}$ *di Zaffarano*.
	(8.)		($\frac{8}{28}$.)		($2\frac{8}{28}$ *di Zenzero*.

Vn'altra alligatione di questa questione.

Imperoche ritrouarai tutti li prezzi fare 7. giulij, come si proponne nella questione.

Si può ancora fare in vn'altro modo l'alligatione del medesimo essempio, se li prezzi del pepe, & del zaffarano si legaranno, doppo li prezzi del garofolo, & del zenzero, & finalmente li prezzi della cannella, & del zenzero. Come

Prezzo mezzano.	*Prezzi.*		*Differenze.*
	Pepe.	4.	3.
	Garofoli.	3.	1.
7.	*Cannella*.	6.	1.
	Zaffarano.	10.	3.
	Zenzero.	8.	4. 1.
			13.
	Somma delle Differenze.		

me

me tù puoi vedere in questo essempio. Dì adunque Se la somma 13. delle differenze dà 1. lib. che darà ciascheduna differẽza 3. 1. 1. 3. & 5? come quì vedi.

		(3?)		($\frac{3}{13}$. *di Pepe*.
		(1?)		($\frac{1}{13}$. *di Garofoli*.
13.	1.	(1?)	*fanno*	($\frac{1}{13}$. *di Cannella*.
		(3?)		($\frac{3}{13}$. *di Zaffarano*.
		(5?)		($\frac{5}{13}$. *di Zenzero*.

Perche così hauerai 1. lib. di tutte queste specie per 7. giulij. Il che prouerai, come di sopra.

Che s'habbia da osseruare nelle alligationi di più cose.

DI maniera, che vedi poter essere fatta in varij modi l'alligatione, se più cose, di due, sono da essere legate insieme, pur che il prezzo di mezzo sia sempre minore del prezzo, che si lega, & maggior dell'altro, ouero vguale all'vno, & maggiore, ò minore del l'altro. Ma benche per varie alligationi sempre habbi il proposto peso delle cose, che si mescolano insieme, per il prezzo mezzano statuito, non però pigliarai sempre li medesimi pesi delle cose, che si mescolano insieme, come dalli proposti essempij è manifesto.

Questione 4.

IV. La canna di panno rosso vale 4. scudi. La canna di panno verde vale 6. scudi. Et la canna di panno nero vale 10. scudi. Vuole vno di tutti questi panni 80. canne per 480. scudi. Quante adunque di ciascun panno ne pigliarà? In questa sorte di questione è necessario prima cercare il prezzo di vna canna mescolata da tutti. Il che così farà nel nostro essempio. Se 80. canne mescolato vagliano 480. scudi, che valerà 1. canna? & ritrouarai 6. scudi, che è il prezzo di 1. canna, mezzano tra il prezzo del panno di più buõ mercato, & il prezzo del panno più caro. Che se in questo modo si ritrouasse vn prezzo non mezza-

La questione della alligatione quando è impossibile.

no, sarebbe impossibile la questione. Come se dicesse alcuno. Vuole vno di tutti li pãni detti 80. canne per 300. ouer per 900. scudi, saria impossibile la questione. Perche se 80. canne vagliono 300. scudi, valerà vna cãna scudi $3\frac{3}{4}$. il qual prezzo è minore del prezzo del panno di più buon mercato. Onde nè del panno più vile potrà alcuno hauere 80. canne per 300. scudi, non che ne possa hauere di tutt'i panni 80. canne. Di nuouo: Se 80. canne vagliono 900. scudi, valerà vna canna scud. $11\frac{1}{4}$. il qual prezzo è maggiore del prezzo del panno più caro. Onde con 900. scud. comprarà vno molto più canne di 80. del panno più caro, & perciò molto più ne comprarà, se di tutti ne vorrà pigliare alcune canne. Ma ritorniamo al nostro essempio.

Ritrouato il prezzo mezzano di vna canna, facciasi l'alligatione come di sopra, si come quì è fatto, Prima habbiamo legati li prezzi 4. & 10. al prezzo mezzano 6. Dopo li prezzi 6. & 10. Dì adunque: Se la somma 10. delle differenze dà 80. canne, (perche tante ne vuole pigliare colui di tutte tre le sorti di panno) che darà ciascuna differenza 4. 4. & 2? come quì è stato fatto.

Prezzo mezzano.

	Prezzi.	*Differenze.*	
Rosso.	4.	4.	o.
Verde.	6.	4.	
6. *Nero.*	10.	2.	
		10.	

Somma delle Differenze.

10. 80.

(4?) (32. *del rosso.*
10. 80. (4?) *fanno* (32. *del verde.*
(2?) (16. *del nero.*

Perche così di quelli tre panni si pigliaranno 80. canne per 480. scudi. Il che così prouarai. Se 1. canna vale 6. scudi, (perche questo prezzo mezzano è stato ritrouato di vna canna mescolata di tre panni) che valeranno 32. canne del panno rosso: & 32. del verde, & 16. del nero? come quì vedi.

(32?) (192. *del rosso.*
1. 6. (32?) *fanno* (192. *del verde.*
(16?) (96. *del nero.*

Et ritrouarai tutti li prezzi fare 480. scudi.

Che se non hauessimo legato il prezzo del panno verde, co'l prezzo del pãno nero, ma co'l prezzo del panno rosso, si farebbe la seguente alligatione: Ma haueressimo ritrouato altri numeri. Perche haueressimo detto; se la somma 8. delle differenze dà 80. canne, che darà ciascheduna differenza 4. 2. & 2? come quì vedi.

Prezzo mezzano.

	Prezzi.	*Differenze.*	
	Rosso.	4.	4. 0.
6.	*Verde.*	6.	2.
	Nero.	10.	2.
			8.

Somma delle Differenze.

5. 80. (4?) (2?) (2?) *fanno* (40. *del roſſo.* (20. *del verde.* (20. *del nero.*

La proua ſi farà come prima ſe dirai? Vna canna vale 6. ſcudi, che valeranno 40. canne del panno roſſo, & 20. del verde, & 20. del nero? Imperoche ritrouarai tutti li prezi fare ſcudi 480.

Queſtione 5. V. Sono quattro ſorti di vini: Vn boccale del primo vale baiocchi 21. del ſecōdo 27. del terzo 30. & del quarto 40. Vuole vno meſcolare 300. boccali di tutti, con queſto patto, & conditione che ciaſchedun boccale vaglia baiocchi 33. Quanto adunque pigliarà da ciaſcuno? Quì è neceſſario di legare li tre primi prezzi con l'vltimo al prezzo mezzano di baiocchi 33. per eſſer quei tre minori di queſto prezzo mezzano, come quì ſi vede nel dato eſſempio. Dì adunque: Se la ſomma 42. delle differenze danno 300. boccali, che darà ciaſcheduna differenza 7. 7. 7. & 21? come quì ſi vede.

Prezzo mezzano.	*Prezzi.*	*Differenze.*
	21.	7.
	27.	7.
33.	30.	7.
	40.	12. 6. 3.
		42.

Somma delle Differenze.

42. 300. { 7? 7? 7? 21? } *fanno* { 50. *del primo.* 50. *del ſecondo.* 50. *del terzo.* 150. *del quarto.*

Im-

Imperoche così farai 300.boccali,delli qualiciaſcheduno coſtarà baiocchi 33. Et per prouarlo, dirai: Se la ſomma 42.delle differenze d'vn boccale, che darà ciaſcheduna differenza 7.7.7. & 21? come quì vedi.

42.	1.	(7?)	*fanno*	($\frac{1}{6}$. *del primo.*
		(7?)		($\frac{1}{6}$. *del ſecondo.*
		(7?)		($\frac{1}{6}$. *del terzo.*
		(21?)		($\frac{1}{2}$. *del quarto.*

Et così hauerai vn boccale meſcolato di tutte quelle quattro ſorti di vino. Dì adunque di nuouo: Se vn boccale del primo vino vale 21. baiocco, che vale $\frac{1}{6}$. di boccale? Et ſe vn boccale del ſecondo vino vale vintiſette, che valerà $\frac{1}{6}$? Et ſe vn boccale del terzo vino vale trenta, che valerà $\frac{1}{6}$. Et finalmente ſe vn boccale del quarto vino vale quaranta, che valerà $\frac{1}{2}$? come quì vedi.

1.	(21.)	*che*	($\frac{1}{6}$.)	*fanno*	($3\frac{1}{2}$. *del primo.*
	(27.)		($\frac{1}{6}$.)		($4\frac{1}{2}$. *del ſecondo.*
	(30.)		($\frac{1}{6}$.)		(5. *del terzo.*
	(40.)		($\frac{1}{2}$.)		(20. *del quarto.*

Quali prezzi tutti fanno baiocchi 33. come ſi propone.

Più breuemẽte però così ſi potrà fare la proua. Perche ſe vn boccale deue valere 33.baiocchi, valeranno 300. boccali 9900. baiocchi. Diremo adunque: Se 300. boccali vagliono 9900.baiocchi, che valeranno 50.boccali del primo vino, & 50.del ſecondo,& 50.del terzo,& 150.del quarto? come quì vedi.

300. 9900. { 50? / 50? / 50? / 150? } *fanno* { 1650.*del primo*. / 1650.*del secõdo*. / 1650.*del terzo*. / 4650.*del quarto*. }

Percioche ritrouarai tutti li prezzi fare 9900. baiocchi.

Questione 6. VI. VNO con 400. ſcudi vuol comprare 400. libre di varie ſpetie, come dire, garofoli, pepe, cannella, zenzero, noci moſcate, & zaffarano, delle quali queſti ſono li prezzi per ordine d'ogni libra: Giulij 6. 7. 9. 11. 12. 16. Adunque quante libre pigliarà di ciaſcheduna ſorte, per fare, che habbia 400. libre per 400. ſcudi? Quì come nella quarta queſtione è ſtato detto, s'hà da ritrouare il prezzo mezzano di vna libra, alquale ſi deue fare l'alligatione, in queſto modo. Se 400. libre vagliono 400. ſcudi, che valerà vna libra? & ritrouarai vno ſcudo, cioè, dieci, giulij. Ma perche; come hauemo detto, ſi poſſono fare varie alligationi, legaremo prima li garofoli co'l zenzero, & zaffarano. Doppo il pepe con le noci moſcate, & zaffarano. Vltimamente la cannella con le noci moſcate, come tù vedi eſſere fatto quì. Doppò

Prezzo mezzano.	*Prezzi.*		*Differenze.*
	Garofoli.	6.	1.6.
	Pepe.	7.	2.6.
	Cannella.	9.	2.
10.	*Zenzero*.	11.	4.
	Noci moſcate.	12.	3.1.
	Zaffarano.	16.	4.3.
			32.
	Somma delle Differenze.		

po diremo: Se la somma trentadue delle differenze da 400. libre, che darà ciaschuna differenza 7. 8. 2. 4. 4. & 7? come quì vedi.

32. 400.	(7?)	fanno	(87. $\frac{1}{2}$.	*di Garofoli.*
	(8?)		(100.	*di Pepe.*
	(2?)		(25.	*di Cannella.*
	(4?)		(50.	*di Zenzero.*
	(4?)		(50.	*di Noci moscate.*
	(7?)		(87. $\frac{1}{2}$.	*di Zaffarano.*

Imperoche ritrouerai 400. libre, che valeranno 400. scudi, & ciascheduna libra costarà 10. giulij. Il che prouarai, come nella precedente questione è stato detto.

Si possono fare in questa questione molte altre diuerse alligationi, come in questi quattro essempij quì posti si vede.

Prezzo mezzano.	*Prezzi.*	*Differenze.*
	6.	1.2.6.
	7.	1.2.6.
	9.	1.2.6.
10.	11.	4.3.1.
	12.	4.3.1.
	16.	4.3.1.
		51.
Sōma delle Differenze.		

Prezzo mezzano.	*Prezzi.*	*Differenze.*
	6.	1.
	7.	2.
	9.	6.
10.	11.	4.
	12.	3.
	16.	1.
		17.
Sōma delle Differenze.		

Prez-

Prezzo mezzano	Prezzi.	Differenze.
	6.	6.
	7.	2.
10.	9.	1.
	11.	1.
	12.	3.
	16.	4.
Sõma delle Differenze.		17.

Prezzo mezzano.	Prezzi.	Differenze.
	6.	2.
	7.	1.
10.	9.	6.
	11.	3.
	12.	4.
	16.	1.
Sõma delle Differenze.		17.

Perche nel primo ciascheduno delli tre primi prezzi è legato con tutti li tre vltimi. Et nel secõdo, il primo con il quarto, & il secondo con il quinto, & il terzo con il sesto. Doppo nel terzo, il primo con il sesto, & il secondo con il quinto, & il terzo con il quarto. Nel quarto finalmente, il primo con il quinto, & il secondo con il quarto, & il terzo con il sesto. Et così in simili questioni possono esser fatte più alligationi tra di loro diuerse.

Questione 7. VII. VNO vuole vna statua d'argento di 300. libre. Se gl'offeriscono due sorti d'argento. La libra del primo vale 30. scudi, del secondo 20. li quali così tra di loro vuole mescolare, che 1. libra costi 24. scudi. Quanto adunque pigliarà di ciascheduno argento, acciò ch'habbia 300. libre, ogn'vna delle quali co-

Prezzo mezzano.	Prezzi.	Differenze.
	30.	4.
24.		
	20.	6.
Somma delle Differenze.		10.

li costi 23. scudi. Così starà l'alligatione, come qui vedi. Dì adunque: Se la somma 10. delle differenze da 300. lib. che darà ciascheduna differenza 4. & 6? come quì vedi.

10. 300. { (4?) (6?) } *fanno* (120. *del primo Argento.* (180. *del secondo Argento.*

Perche così ritrouarai 300. libre di argento, delle quali ciasceduna vale 24. scudi. Il che prouerai, come nella questione 5. è stato detto.

* *
*



R E-

REGOLA DEL FALSO DI SEMPLICE POSITIONE.

Cap. XXII.

La regola del falso perche così sia detta.

RA l'altre regole dell'Aritmetica non tiene l'vltimo luogo la regola del falso, che così si chiama, non perche c'insegni il falso, ma perche dal falso posto, & imaginato da noi ci mostri à cauare il vero: Il che fà, ponendo qual si voglia numero, che pare di douer sodisfare alla questione proposta, ancorche veramente non sodisfaccia. Et è questa regola di due sorti. Perche l'vna si chiama di semplice positione, nella quale si fa vna positione solamente di vn numero, che si crede douer sodisfare alla questione: & l'altra si domanda di doppia positione, cioè, nella quale si fanno due positioni di due numeri, delli quali l'vno, & l'altro si pensa, che debba sodisfare alla questione.

La regola del falso è di due sorti.

La differenza ch'è tra le due regole del falso.

Nota.

Ma tra queste due regole è gran differẽza. Peroche tutto quello, che si scioglie per la prima, si può sciorre anco per la secõda, ma nõ all'incõtro. Perche infinite quasi questioni si risoluono per la seconda, che a niun modo si possono districare per la prima. Imperoche sotto la prima si cõtengono solamente quelle questioni, nelle quali s'esprimono tali parti, ouero numeri, che hanno la medema proportione nei numeri piccoli, che nei grandi. Quali sono $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{2}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{3}{4}$. &c. di più li numeri dupli, tripli, quadrupli, &c. Si che assai sarebbe, se si esplicasse solamente la seconda regola. Ma perche per la prima moltissime questioni si sciogliono molto più breuemente, che per la seconda,

da, trattaremo breuemente dell' vna, & dell' altra, cominciando dalla prima, come più facile.

La regola del falso di semplice.

PROPOSTA adunque qual si voglia questione da sciorsi per la regola del falso di vna semplice positione, pongasi qual si voglia num. che si creda sia per sodisfare alla questione; & questo s' essamini secondo il tenore della questione. Impero che se ogni cosa s'accordarà, il num. posto sarà quello, che si cerca. Ma se la cosa starà altrimente, sarà stata falsa la positione del numero da noi imaginato. Per il che da questo falso s' hauerà da cauare il vero, con l' aiuto della regola del tre, si come nelli essempij si esplicarà.

Questione 1.

I. TRE si accordano di voler comprare vna casa per 2700. scudi. Il secondo vuol dare il doppio più del primo, & il terzo tre volte più del secondo. Quanto adunque ciascheduno spenderà? In questa questione niente altro si cerca, se non, che il num. 2700. si partisca in tre parti, con questa conditione, che la secõda sia doppia della prima, & la terza tripla della seconda. Poni adũque, che il primo paghi quanti scudi ti pare, cioè, scudi 6. Adunque secondo il tenore della questione, il secondo darà 12. cioè, il doppio del primo, & il 3. darà 36. cioè, il triplo del secondo. Ma tutti questi tre numeri fanno 54. scudi, douendo secõdo la questione fare 2700. Di adũque: Se 54. prouennero dalla falsa positione di 6. scudi del primo, da qual vero ponimento proueranno 2700? & ritrouarai il primo hauere dato 300. scudi, & perciò il secondo 600. & il terzo 1800. i quali tre numeri tutti fanno 2700.

SI potrebbe ancora ritrouare li denari del secondo, & del terzo dal ponimẽto dell' vno, & dell' altro, dicendo così: Se 54. vengono dalla falsa positione di 12. scudi del secondo, & dalla falsa po-

sitione di 36. scudi del terzo, da che verranno 2700? Imperoche si ritrouarebbe li denari del secondo essere scudi 600. & del terzo 1800. Ma è più espediente, che si cerchi per la regola del tre, li denari d'vno solamente. Perche da questi con facilità si ritrouaranno li denari degl'altri, secondo il tenore della questione.

Li medesimi numeri à punto haueresti ritrouato, se per il primo hauessi posto vn'altro num. che 6. & perciò per il secondo vn'altro, che 12. & per il terzo vn'altro, che 36.

Questione 2. II. Domandato vno quanti denari hauesse in cassa, rispose di non saperlo; ma questo di certo hauere inteso dal suo fattore, che $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. del suo denaro faccino à punto 4700. scudi. Quanti denari adunque ne hà hauuto costui? Quì si cerca vn numer. del quale $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. & $\frac{1}{5}$. insieme faccino 4700. Poni adunque colui hauere 60. scudi. (Et per fuggire li numeri rotti più che si può, sempre si deue porre vn numero, che contenga li rotti espressi nella questione, come nel cap. 10. habbiamo insegnato, quale quì è il 60.) del quale $\frac{1}{3}$. e 20. & $\frac{1}{4}$. 15. & $\frac{1}{5}$. 12. quali parti tutte fanno 47. douendo secondo la questione fare 4700. Dì adũq; Se 47. prouennero da 60. il qual num. falsamente hauemo posto, da qual verranno 4700? & ritrouaremo, che da 6000. & tanti scudi haueua nella cassa. Perche $\frac{1}{3}$. contiene 2000. & $\frac{1}{4}$. 1500. & $\frac{1}{5}$. 1200. quali parti tutte fanno 4700.

Questione 3. III. Domandato vn maestro di scola, quanti scolari haueua, rispose, se io ne hauesse di più vna volta tanti quanti ne hò, & se ne aggiongesse $\frac{1}{2}$. di essi, & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & di più 1. ne hauerei 112. Adunq; quãti scolari haueua? Questa questione così proposta non si può districare per questa regola, per amor che l'vnità, della quale nell'vltimo luogo

si fà

si fà mentione, non può hauere la medesima proportione con $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. & con il doppio d' vn numero picciolo, che hà con le medesime parti, & co'l doppio d' vn numero grande. Ma se si leuarà 1. dal numero 112. che nella questione si deue produrre, all' hora si sciorrà la questione proposta. Perche all' hora non si cerca altro, che vn numero, il quale due volte preso insieme con $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di esso facci 111. Perche se alla fine s'aggiongerà 1. si farà 112. Poni adunque colui hauer hauuto 12. scolari. Se adũque s'aggiongeranno altretanti scolari, n'hauerà 24. Et se di nuouo s' aggiongerà $\frac{1}{2}$. di loro, cioè 6. & $\frac{1}{3}$. cioè 4. & $\frac{1}{4}$. cioè 3. ne hauerà 37. Ma doueuano essere 111. accioche aggiontoli 1. ne hauesse 112. Di adũque: Se 37. vennero da 12. da che verranno 111? Et ritrouarai quello hauer hauuto 36. scolari. Perche se s' aggionge altretanti, ne hauerà 72. alli quali se s'aggiongerà $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. cioè 18. 12. & 9. si faranno 111. aggiontogli finalmente 1. si faranno 112.

IV. VNO ha compro vn cauallo, vn giardino, & vna casa per 5000. scudi cõ questo patto, che'l giardino li costi quattro volte più che'l cauallo, & la casa cinque volte più che' l giardino. Quanto adunque comprò il cauallo, & quãto il giardino, & quãto la casa? Quì si cerca, che' l num. dato 5000. si diuida in tre parti in tal modo, che la secõda sia quadrupla della prima, & la terza quintupla della seconda. Et è questa questione simile alla prima. Poni adunque il cauallo valere scudi 30. Il che posto, valerà il giardino 120. scudi, & la casa 600. li quali num. tutti fanno 750. Ma douerebbono fare 5000. Dì adunque: Se 750. prouennero da 30. da che verranno 5000? Et ritrouarai 200. & tanti scudi fù compro il cauallo, & perciò il giardino costò scudi 800. & la casa 4000. li *Questione 4.*

quali

quali numeri tutti fanno 5000. scudi.

Questione 5. V. VNO andãdo da Venetia in Gierusaléme per visitare il Santo Sepolcro, spese nel viaggio $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{5}$. delli suoi denari; ma ritornato à casa, ritrouò esserli auanzati scudi 36. Quanti denari adunque portò seco colui? Qui si cerca vn num. del quale se si leuano $\frac{2}{3}$. & $\frac{1}{5}$. restino 36. Poni colui hauer hauuto scudi 300. dal qual num. se tù ne leui $\frac{2}{3}$. cioè 200. & $\frac{1}{5}$. come dire, 60. ne restano 40. & ne doueuano restare solamente 36. Dì adunque: Se 40. vennero da 300. da che verranno 36? & ritrouarai 270. & tanti scudi hebbe. Perche leuati $\frac{2}{3}$. cioè 180. & $\frac{1}{5}$. come dire 54. ne restano 36.

CHE se alle volte auuerrà, che le parti espresse nella questione eccedino l'vnità, & che perciò non si possino sottrarre dal numero posto, sarà la questione impossibile. Come se dicesse alcuno; Dammi vn numero, che cauandosene da quello $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{5}$. rimanghino 36. sarà la questione impossibile. Perche $\frac{2}{3}$. & $\frac{3}{5}$. eccedono l'vnità, & per questo non si possono cauare dal numero 300. da noi posto. Perche $\frac{2}{3}$. sono 200. & $\frac{3}{5}$. sono 180. le quali parti insieme fanno 380. il quale non si può leuare da 300.

Questione 6. VI. CERCHISI vn numero, del quale $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. faccino 522. Poni quel numero essere 60. del quale $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. cioè 30. 20. 15. 12. & 10. fanno 87. Et noi vogliamo 522. Dì adunque: Se 87. vennero da 60. da che verranno 522? & ritrouarai 360. Perche. $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{4}$. $\frac{1}{5}$. & $\frac{1}{6}$. di questo numero 360. sono 180. 120. 90. 72. & 60. che fanno 522.

Questione 7. VII. Vno ad vn'altro, che gli domãdaua, quãti denari hauesse, rispose, di auer tanti scudi che se à quelli s'aggiongesse $\frac{1}{2}$. di quelli, & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. & di più 100. scudi, sarebbono 300. scudi. Adunque

que

que quanti denari hebbe? Acciò che questa questione si risolua per questa regola, s'hanno prima da leuare li 100. scudi dalli 300. si come hauemo detto nella 3. questione, & ricercare vn num. che aggiongendosegli $\frac{1}{2}$. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di esso si faccino 200. cioè il num. che resta doppo d'hauer cauati 100. dal 300. Percioche all'hora aggiontoli 100. si faranno 300. come si propone nella questione. Poni adunque quel num. essere 24. del quale $\frac{1}{2}$. è 12. & $\frac{1}{3}$. 8. & $\frac{1}{4}$. 6. le quali parti tutte aggionte à 24. fanno 50. Et noi vogliamo, che faccino 200. Di adunque: Se 50. nacquero da 24. da che risulteranno 200? Et ritrouarai 96. & tanta fù la somma delli scudi. Perche $\frac{1}{2}$. contiene 48. & $\frac{1}{3}$. 32. & $\frac{1}{4}$. 24. li quali numeri tutti fanno 104. & aggionti a 96. fanno 200. al qual numero se finalmente li s'aggiongeranno 100. si faranno 300.

VIII. VNO volendo macinare 500. rubbij di grano, andò da vn molinaro, che haueua 5. macine, la prima delle quali per hora macinaua 7. rubij, la secōda 5. la terza 4. la quarta 3. la quinta 1. In quanto tempo adunque tutto il grano si macinarà, adoprandosi tutte le macine, & quanto grano se ne deue porre sopra ciascheduna macina? Poni in 4. hore. Il che posto, la prima mola macinarà 28. rubij, la seconda 20. la terza 16. la quarta 12. & la quinta 4. li quali rubij tutti fanno 80. Ma come dice la questione, deuono essere 500. Dì adunque: Se 80. rubij nacquero da 4. hore, da quante hore risulteranno 500. rubbij? & ritrouarai 25. hore. Perche in tante hore la prima mola macinarà 175. rubij, la seconda 125. la terza 100. la quarta 75. la quinta 25. li quali in tutto sono 500. rubij. Et tanti rubij s'hanno da mettere in ciascheduna mola, quanti rubij essa macina in 25. hore. *Questione 8.*

P IX.

Questione 9. IX. Vno essendo andato a vna certa fiera, ha guadagnato con li denari, che portò seco, tanto, che il guadagno insieme con li denari che portò, fù tre volte più delli denari portati seco. Et dopò con questi denari in altre fiere ha guadagnato tanti denari, che il guadagno insieme con li denari portati a queste altre fiere, fù cinque volte più di questi denari. Finalméte con questi denari in altre fiere ha guadagnato tanto, che il guadagno insieme con li denari, che vltimamēte haueua, fù quattro volte più di questi denari? & ritrouò dopò, che haueua 40000. scudi. Quāti denari adunque portò alla prima fiera? In questa questione si cerca vn num. che moltiplicato per 3. & il num. prodotto per 5. & questo num. prodotto per 4. facci 40000. Poni quel numero essere 10. il quale se lo moltiplicarai per 3. farai 30. per il guadagno insieme co'l denaro nelle prime fiere. Et se moltiplicarai 30. per 5. farai 150. per il guadagno insieme co'l denaro nelle seconde fiere. Et se finalmente moltiplicarai 150. per 4. farai 600. per il guadagno insieme cō il denaro nelle terze fiere. Ma noi habbiamo detto colui hauer trouato nelle terze fiere 40000. scudi. Dì adunque: Se 600. nacquero da 10. da che veranno 40000? & ritrouarai 666. $\frac{2}{3}$. & tāti scudi portò seco colui alle prime fiere. Perche se moltiplicaremo 666. $\frac{2}{3}$. per 3. faremo 2000. per il guadagno, & denaro nelle prime fiere. Doppo se moltiplicaremo 2000. per 5. produrremo 10000. per il guadagno, & denaro nelle seconde fiere. Et finalmente se moltiplicaremo 10000. per 4. produremo 40000 per il guadagno, & denaro nelle terze fiere.

Questione 10. X. Cerchisi vn numero, che moltiplicādolo per 4. & il numero prodotto per 3. & questo numero prodotto per 6. & à questo numero prodotto ag-

aggiongendo 10. si faccia 800. Questa questione per questa regola non si può sciorre, se prima nõ si leua 10. dal 800. per la ragione detta nella terza questione. Caui adunque 10. dal 800. & rimarrà 790. & questo num, è quello, che s'ha da produrre dalle moltiplicationi espresse nella questione. Perche se a quello si aggiongerà 10. si farà il num. 800. Poni il num. che si cerca, essere 10. Il quale se lo moltiplicarai per 4. farai 40. il qual num. moltiplicato per 3. farà 120. Finalmente questo num. moltiplicato per 6. produrrà 720. Ma doueua produrre 790. Dì adunque: Se 720. nacquero da 10. da che si produrranno 790? & ritrouarai $10\frac{35}{36}$. & questo è il numero, che si cerca. Perche se moltiplicarai $10\frac{35}{36}$. per 4. farai $43\frac{8}{9}$. il qual num. di nuouo moltiplicato per 3. farà $131\frac{2}{3}$. il quale finalmente moltiplicati per 6. produrrai 790. & aggiontoli 10. hauerai 800.

XI. Vn vecchio ad vno, che li domãdaua della sua età, rispose: di hauere tanti anni, che se a quelli s'aggiongesse $\frac{1}{2}$. di quelli che ha, & dalla somma si leuasse $\frac{1}{4}$. di quella; ne hauerebbe 99. anni. Quanti anni adunque hebbe? Quì s'ha da ritrouare vn num. al quale se si aggiongerà $\frac{1}{2}$. di quello, & della somma si cauarà $\frac{1}{4}$. della medesima sõma, ne auanzi il num. 99. Poni colui hauere hauuto 80. anni. Se adunque si aggiongerà $\frac{1}{2}$. di quelli, cioè 40. anni, si faranno 120. dalli quali se si leuarà $\frac{1}{4}$. cioè 30. auanzaranno 90. Ma si dice, douere auãzare 99. Dì adũque: Se 90. nacquero da 80. da che nasceranno 99? & ritrouarai 88. & tanti anni hebbe quel vecchio. Perche se a quelli aggiongerai $\frac{1}{2}$. di quelli, cioè 44. farai 132. dalli quali se ne leuarai $\frac{1}{4}$. cioè 33. ne rimarranno 99. Questione 11.

XII. Apparisce la sommità d'vna torre di 24. palmi, & dice vno, che $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{3}$. della mede- Questione 12.

sima torre, sono coperti dalli edifitij, che li stanno attorno. Adunque quanta è l'altezza di tutta la torre? Qui s'ha da cercare vn numero, che se da quello se ne leui $\frac{2}{3}$. & di più $\frac{2}{5}$. restino 24. Poni quel numero essere 30. dal quale se leuarai $\frac{1}{3}$. cioè 10. & $\frac{2}{5}$. cioè 12. restano 8. Ma noi vogliamo, che rimanghino 24. Dì adunque: Se 8. nascono da 30. da che nasceranno 24? & ritrouarai 90. & tanta è l'altezza della torre. Perche se leuarai $\frac{1}{3}$. & $\frac{2}{5}$. cioè 30. & 36. rimarranno 24.

Questione 13. XIII. E vn'hasta, della quale $\frac{1}{3}$. è bianco, & $\frac{1}{5}$. è nero, & $\frac{2}{9}$. sono di colore azurro, & ne auanzano 12. palmi rossi. Quanta è adunque la longhezza di quell'hasta? Qui ancora s'ha da cercare vn numero, che se da quello si leuarà $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{5}$. & $\frac{2}{9}$. quello che auanza, sia 12. Poni quel numero essere 45. dal quale se leuarai $\frac{1}{3}$. cioè 15. & $\frac{1}{5}$. cioè 9. & $\frac{2}{9}$. cioè 10. ne rimangono 11. Ma ne doueuano restare 12. Dì adunque: Se 11. nacquero da 45. da che riusciranno 12? & ritrouarai 49. $\frac{1}{11}$. & di tanti palmi è la longhezza di quell'hasta. Perche $\frac{1}{3}$. di quella contiene palmi $16\frac{4}{11}$. ma $\frac{1}{5}$. cōtiene $9\frac{2}{11}$. & $\frac{2}{9}$. sono palmi $10\frac{10}{11}$. li quali numeri tutti leuati dalla longhezza dell'hasta di palmi 49. $\frac{1}{11}$. rimangono 12. palmi.

Questione 14. XIV. Vno per 30. braccia di panno bianco, & 40. braccia di panno nero spese scudi 660. & costò ogni braccio di panno nero il doppio più di ciascun braccio di pāno bianco. Quāto adunque costò vn braccio di panno bianco, & quanto vn braccio di panno nero? Poni vn braccio di panno bianco essere costato 4. scudi, & perche il prezzo di vn braccio di panno nero è doppio, maggiore, è necessario, vn braccio di panno nero essere costato scudi 8. Dalche segue, che 30. braccia di

panno

panno bianco costano 120.scudi,& 40.braccia di panno nero vagliano scudi 320.liquali scudi tutti fanno scudi 440. Ma noi hauemo detto, che ha speso scudi 660.Dì adunque:Se 440.nacquero da 4.da che nasceranno 660? & ritrouarai 6.scudi per il prezzo d'vn braccio di panno bianco,& perciò scudi 12. per il prezzo d'vn braccio di panno nero. Perche in questo modo 30.braccia di panno bianco costorno scudi 180. & 40. braccia di panno nero valeranno scudi 480. li quali scudi tutti fanno scudi 660.



REGOLA DEL FALSO DI DOPPIA POSITIONE.

Cap. XXIII.

La regola del falso di doppia positione, come si faccia.



Ropostasi qual si voglia questione da districarsi per la regola del falso di doppia positione, pōgasi qual si voglia num.ò piccolo,ò grāde, il quale si essamini secōdo il tenore della questione. Perche se sarà cōforme à quello,che si cerca, sarà sciolta la questione;ma se non, si notarà l'eccesso, ouero il difetto, cioè, quello, in che dal vero ci discostiamo, insieme con la lettera P. ouero M. delle quali quella significa Più, & questo Meno, secondo, che l'errore auanza il vero, ò manca da quello. Doppo pongasi di nuouo qualche altro numero,ò maggiore,ò minore del primo, il quale si assamini nel medesimo modo,&c. Perche da questa doppia positione,& doppio errore, si cauarà il vero, che si cerca, in questo modo.

Quādo l'vna,& l'altra positione eccede la verità ò da quella mancasi far la sottrattione d'vn errore dall'altro, &c.

SE nell'vna, & l'altra positione l'errore è fatto per eccesso,ò per mancamento,sottraggasi il minore errore del maggiore, & il num. che resta, si serbi per il partitore.Doppo il num.posto la prima volta si moltiplichi per il secondo errore,& il numero la seconda volta posto si moltiplichi per il primo errore:& il minor num. prodotto si caui dal maggiore. Perche se il numero, che resta, si diuiderà per il partitore già ritrouato, cioè, per la differenza delli errori, ci darà il Quotiente il numero desiderato, che sodisfarà alla questione proposta.

Ma

Ma se nell' vna positione si farà errato per eccesso,& nell'altra per diffetto,s'hauerãno da raccorre li due errori in vna somma per fare il partitore. Et similmente s'haueranno da raccorre in vna somma quelli due numeri, che dalla moltiplicatione delli numeri posti per li errori,come è stato detto, si produranno,per fare il num. che s' ha da diuidere, &c. Il che si farà chiaro,& manifesto dalle questioni.

Quando vna positione eccede,& l'altra mãca dalla verità, si sommano insieme li errori,&c.

Questione 1.

1. CERCHISI vn numero, che cauandosi dalla metà sua il $\frac{1}{3}$. & il $\frac{1}{4}$. rimanghino 300. pongasi il numero 24. cioè, che habbia la parte $\frac{1}{2}$. espressa nella questione, & che $\frac{1}{2}$. di quello contenga, l'altre parti espresse ciòè $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. acciò si schifino li rotti il più che sia possibile. Il qual num. facilmente si ritrouarà,se si farà vn numero, che habbia l'vltimi rotti, & quello poi si raddoppiarà. Suolsi questo num. la prima volta pigliato,porre dalla banda sinistra nella superior parte d'una croce a questo effetto costrutta, & l'errore nella parte inferiore dalla medesima banda sinistra;& finalmente la lettera P. ouero M. secondo, che quello errore ha superato il vero,ò da quello mancato in mezzo della medesima parte sinistra. Non altrimẽte il numero la seconda volta

24.	X	96.
M		M
295.		280.
	15.	
	il partitore.	

posto con l'errore,& la lettera P. ouero M. si suole collocare dalla parte destra della medesima croce,come vedi esser fatto nel nostro essempio. Questo num. proposto 24. così si essaminarà secondo il tenore della questione. Il $\frac{1}{2}$. di quello è 12.

dal qual numero s' ha da sottrarre $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. Il $\frac{1}{3}$. del numero 12. è 4. $\frac{1}{4}$. è 3. li quali numeri leuati dal 12. ne restano 5. Ma doueuano restare 300. Hauemo adunque errato dalla verità, per mancamento di 295. vnità; & però questo errore s' ha da notare con la lettera M.

PONGASI la seconda volta il num. 96. il quale così si essaminarà secondo il tenore della questione. Il $\frac{1}{2}$. di quello è 48. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di questo numero 48. sono 16. & 12. che cauati da 48. lasciano 20. ma doueuano lasciare 300. Adunque habbiamo di nuouo mancato dalla verità in 280. vnità; & perciò questo errore s'ha da notare ancora con la lettera M.

HORA perche nell'vno, & l' altro ponimento hauemo mancato dalla verità, sottrarremo il minor errore dal maggiore, & rimarrà il partitore 15. che scriueremo nella parte inferiore della croce. Doppo moltiplicaremo il num. 24. posto la prima volta per 280. cioè, per il secondo errore, & il numero 96. la seconda volta posto per 295. cioè, per il primo errore, & la sottrarremo il minor numero prodotto 6720. dal maggiore 28320. & restarà il num. 21600. che s'ha da partire. Perche questo numero diuiso per il partitore 15. ritrouato, darà il Quotiente 1440. che è il numero desiderato. Perche $\frac{1}{2}$. di esso è 720. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di questo numero 720. sono 240. & 180. li quali numeri cauati da 720. lasciano 300. come nella questione si proponeua.

Ma sciogliamo questa medesima questione per due altri num. che eccedono la verità, & doppo per altri, delli quali l'vno ecceda la verità, & l'altro da quella manchi. Pongasi adunque la prima volta il numero 4800. del quale $\frac{1}{2}$. è 2400. & $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di questo numero 24400. sono 800. & 600. li

quali

quali numeri cauati da 2400. lasciano 1000. ma doueuano lasciare 300. solamente. Adunq; habbiamo ecceduto la verità in 700. vnita; & perciò scriueremo questo errore, insieme con la lettera P. nella parte sinistra della croce. Pongasi la seconda volta il numero 2400. del quale il $\frac{1}{2}$. è 1200. & di questo il $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. sono 400. & 300. li quali numeri leuati da 1200. ne rimangono 500. Ma doueuano solamente restare 300. Adunq; di nuouo habbiamo ecceduto la verità in 200. vnità. Il quale errore notaremo similmente con la lettera P. Hora sottrato il minore errore dal maggiore, resterà il partitore 500. & fatta la moltiplicatione delli numeri posti per li errori in croce, come è stato detto: & sottrattto il minor numero prodotto 96000. dal maggiore 1680000. restarà il num. 720000. che s'hà da diuidere. Il quale partito per 500. darà il Quotiente 1440. come prima.

4800.		2400.
P	X	P
700.		200.
	500.	
	il partitore.	

Di nuouo poniamo la prima volta il num. 2400. il quale essaminato secondo la questione proposta, trouaremo l'eccesso 200. il qual'errore si douerà scriuere con la lettera P. Poniamo la seconda volta il numero 96. il quale essaminato al medesimo modo, ritrouaremo il diffetto 280. che s'hà da scriuere con la lettera M. Et perche in vna posi-

2400.		96.
P	X	M
200.		280.
	480.	
	il partitore.	

positione habbiamo ecceduto la verità, & nell'altra mancato dal vero, s'haueranno d'aggiongere insieme li errori, acciò si componga il partitore 480. Similmente s'haueranno da raccorre in vna somma li due numeri prodotti dalla moltiplicatione delli numeri posti per li errori in croce, cioè 672000. & 19200. acciò si faccia il numero, che s'hà da diuidere, 691200. Perche partito questo numero 691200. & 480. si farà il Quotiente 1440. come prima.

Questione 2. II. ALESSANDRO Magno in vn ragionamento familiare, che hebbe vn giorno con Calisthene Filosofo, occorrendogli à caso (come accadè) far mentione dell'età, gli parlò in questo modo. Io hò due anni più di Efestione, ma Clito ha l'età di amendue noi, & quattro anni di più; Et così fra tutti tre habbiamo 96. anni, quanti apunto dicono, che vise tuo padre. Quanti anni haueua adunque all'hora Alessandro, Efestione, & Clito? Quì vedi il numero 96. douersi diuidere in tre parti, in tal modo però, che la prima auanzi la seconda di due vnità, & la terza auãzi la prima, & la seconda gionte insieme di quattro vnità, ouero douersi trouare tre numeri, il primo de'quali auanzi il secondo in due unità, & il terzo ecceda li primi due sommati insieme in quattro unità, & che tutti tre insieme, faccino 96. Poni adunque, che Alessandro hauesse 20. anni, & perciò Efestione 18. & Clito 42. Peroche così l'età d'Alessandro vie-

10.			30.
28.			28.
42. M	X	P	62.
—			—
80.			120.
16.			24.
	40.		
	il partitore.		

viene a superare l'età d'Efestione di 2. anni, & & Clito hauerà l'età di tutti due, cioè 38. anni, & di più 4. anni, come si propone nel quesito. Ma perche questi numeri 20. 18. & 42. fanno solamente 80. douendo fare 96. ne segue, che habbiamo mancato dal vero in 16. unità. Poni adunque di nuouo, che gl'anni d'Alessandro fussero 30. & perciò quelli d'Efestione, 28. & quelli di Clito, 62. quali tutti insieme fanno 120. Ma douerebbono fare solamente 96. Habbiamo adunque ecceduto la uerità in 24. unità. Hora aggionti insieme i numeri de gl'errori, atteso, che l'uno ha mancato dal uero, & l'altro ha ecceduto il uero; si farà per il partitore il numero 40. Dì più fatta la moltiplicatione di 30. per 24. & di 30. per 16. & li prodotti 480. & 480. sommati insieme si faranno 960. che partiti per 40. si uerrà a fare il Quotiente 24. & tanti sono gl'anni, che haueua all'hora Alessandro Magno, & perciò secondo il tenore della questione, quelli di Efestione furono 22. & di Clito 50. che tutti insieme fanno 96. anni.

III. TRE hanno una certa quantità di denari, cioè 44. scudi. Il secondo ne ha due uolte più, del primo, & di più 4. scudi, ma il terzo ne ha tanti, quanti il primo, & il secondo insieme, & di più 6. scudi. Quanti adunque ne ha ciascuno? Qui uedi il numero 44. douersi distribuire in tre parti, di modo tale, che la seconda sia doppia della prima & contenga di più 4. ma la terza sia uguale alla prima, & seconda insieme, & contenga 6. di più. Ouero douersi cercare tre numeri, delli quali il secondo contenga il primo due uolte, & di più 4. ma il terzo contenga il primo, & secondo insieme una uolta, & di più 6. Poni adunque il primo hauere 10. il che posto, hauerà il secondo 24. cioè, il doppio del primo, & di più 4. ma il ter- *Questione 3.*

20. hauerà 40. cioè tanto quanto il primo, & secondo insieme, & 6. di più; li quali tre num. fanno 74. Ma douerebbono fare solamente 44. Adunq; si è trapassato la verità in 30. vnità. Poni di nuouo il primo hauere 6. Adunq; haurà il secondo 16. & il terzo 28. li quali tre num. fanno 50. Ma doueriano fare solamẽte 44. Adunque si è di nuouo eccceduta la verità in 6. vnità. Hora fatta la sottrattione del minore errore dal maggiore, poiche

10.			6.
24.			16.
40. P	X	P	28.
—			—
74.			50.
30.			6.
	24.		
	il partitore.		

l'vno, & l'altro errore ha ecceduto la verità, rimarrà il partitore 24. Fatta di più la moltiplicatione di 10. per 6. & di 6. per 30. & sottratto quel prodotto 60. da questo 180. restarà il num. 120. che s'ha partire il quale partito per 24. si farà il Quotiente 5. Tanto adunque ha il primo, & perciò il secondo 14. & il terzo 25. li quali tre numeri in vna somma raccolti fanno 44.

Se si moltiplicassero li numeri, che habbiamo posti, hauere il secondo, & il terzo, per li medesimi errori, &c. si ritrouariano li numeri, che vanno veramente il secondo, & il terzo. Come da 24. per 6. si fanno 144. & da 16. per 30. si fanno 480. ma sottratto quel numero da questo, restano 336. Il qual numero partito per il partitore 24. ritrouato, si farà il Quotiente 14. per il numero del secondo. Di più, da 40. per 6. si fanno 240. & di 28. per 30. si fanno 840. ma sottratto quel numero da questo, restarà il numero 600. il quale partito per il partitore 24. si farà il Quotiente 25.

te 25. per il numero del terzo. Ma meglio è, che ritrouato il numero del primo, si cerchino gl'altri secondo il tenore della questione, cioè, in quel modo, che l'vno, & l'altro numero falsamente posto è stato essaminato. Alcuna volta nondimeno tornarà più commodo ritrouare gl'altri num. in quel modo, che il primo è stato ricercato, come sarà manifesto nella 6. questione.

IV. Si cerchino 3. numeri, che faccino 60. ma il secondo contenga il primo due volte, & di più 4. & il terzo contenga il primo, & il secondo, & di più 6. Questa questione è simile in tutto alla antecedente. Poni il primo numero essere 6. & perciò il secondo 16. & il terzo 28. li quali tre numeri fanno 50. Ma doueuano fare 60. Adunque si è fatto errore per difetto in 10. Poni di nuouo il primo numero essere 8. & perciò il secondo 20. & il terzo 34. li quali tre numeri fanno 62. Ma doueriano fare 60. Adunque hauemo trapassato il vero in 2. Fa come la regola commanda, & ritrouarai il primo numero essere 7. $\frac{2}{3}$. & conseguentemente il secondo 19. $\frac{1}{3}$. & il terzo 33. li quali tre numeri fanno 60. *Questione 4.*

6.		8.
16.		20.
28.		34.
— M	X	P —
50.		62.
10.		2.
12.	*il partitore.*	

V. Diuidasi il numero 30. in due parti, la prima delle quali con 60. faccia vn numero triplo del numero composto della seconda parte, & da 20. Poni la prima parte essere 20. & perciò la seconda 10. La prima con 60. fa 80. *Questione 5.*

& la

& la seconda con 20. fa 30. Ma doueria il numero 80. esser triplo del numero 30. secondo la prontintiatione dell' essempio, il che non è, ma il num. 90. è triplo al num. 30. Habbiamo mancato adũque dal vero 10. vnità. Poni di nuouo la prima parte essere 24. & per questo la seconda 6. La prima con 60. fa 84. & la seconda cõ 20. fa 26. Ma douerai il num. 84. secondo il tenore della questione, esser triplo del num. 26. il che nõ è, ma il nu. 78. è triplo del num. 26. Adunq; hauemo ecceduto la verità in 6. vnità. Fa hora come la regola commãda, & ritrouarai la prima parte essere $22\frac{1}{2}$. & per questo la seconda $7\frac{1}{2}$. Imperoche la prima con 60. fa $82\frac{1}{2}$. & la seconda con 20. fa $27\frac{1}{2}$. del qual numero quello è triplo.

20.		24.
10.	X	6.
— M		P —
10.		6.
	16.	
	il partitore.	

In vn'altro modo si può districare questa questione. Perche doppo che nella prima positione hauemo conosciuto, la prima parte 20. con 60. fare 80. & la seconda parte 10. con 20. fare 30. del qual uumero quello doueua esser triplo: s'hauera da considerare, di qual numero sia triplo il numero 80. & trouaremo, che è triplo del num. $26\frac{2}{3}$. Onde essendo il numero 30. maggiore che $26\frac{2}{3}$. in $3\frac{1}{3}$. haueremo per questo ecceduto la verita in $3\frac{1}{3}$. Di nuouo, doppo che nella secõda positione è stato visto la prima parte 24. con 60. fare 84. & la seconda parte 6. con 20. fare 26. del qual numero quello doueria esser triplo: s'hauerà

da considerare, di qual numero sia triplo il numero 84. & trouaremo che è triplo del numer. 28. dal quale il numero 26. manca in due vnità. Hauemo dunque mancato dalla verità in 2. Fa hora secondo la regola, & ritrouarai la prima parte essere 22. $\frac{1}{2}$. & la seconda 7 $\frac{1}{2}$. come prima. Ma il primo modo par più commodo, poiche per quella più facilmente si schifano i numeri rotti.

20.		24.
10.	X	6.
— P		M —
3 $\frac{1}{3}$.		2.
	5 $\frac{1}{3}$.	
	il partitore.	

VI. Cerchinsi tre numeri, delli quali il primo aggionto a 73. sia doppio de gl'altri due: ma il secondo con 73. sia triplo de gl' altri due: & finalmente il terzo con 73. sia quadruplo de gl'altri due. Poni il primo num. essere 1. ouero qual si uoglia altro numero disparo, acciòche aggionto a 73. faccia numero paro, cioè, che possa hauere la metà senza rotto poiche il primo cō 73. deue fare un numero doppio de gl'altri due. Perche adunq; 1. con 73. fa 74. il qual num. secōdo la questione proposta, deue essere doppio de gl'altri due, è necessario, che gl'altri due insieme siano 37. Et perche il secondo con 73. deue fare un num. triplo del primo, (che è 1.) & del terzo insieme s'hauerà per tāto da diuidere (come nella precedēte questione è stato insegnato) il num. 37. in due *Questione 6.*

Essempio principale.

1.		3.
10 $\frac{1}{4}$.	X	12 $\frac{1}{2}$.
26 $\frac{3}{4}$. P		P 25 $\frac{1}{2}$.
	18 $\frac{1}{4}$.	
	il partitore.	

in due parti, la prima delli quali con 73. faccia vn num. triplo del num. che dalla seconda parte, & dall'vno si compone; Et così auanti, che la proposta questione si scioglia, è necessario sciolgierne vn'altra, che occorre in essa operatione.

Poni adunq; la prima parte di 37. essere 2. & perciò la seconda 35. La prima parte 2. con 73. fa 75. & la seconda parte 35. con 1. fa 36. del qual numer. non è triplo il num. 75. ma il num. 108. Adunque hauemo mancato dal vero in 33. vnità, conciosia, che di tante vnità, il nostro num. 75. sia minore del numero 108. Poni di nuouo la prima parte essere 5. & perciò la seconda 32. La prima con 73. fa 78. & la seconda con 1. fa 33. del qual num. non è triplo il num. 78. ma il num. 99. Adũque hauemo mancato di nuouo dalla verità in in 21. vnità. Fà hora secondo il precetto della regola del falso, & ritrouarai la prima parte essere $10.\frac{1}{4}$. & perciò la seconda $26\frac{3}{4}$.

Eßempio manco principale.

2.		X		5.
35.				32.
—	M		M	—
33.				21.
		12.		

il partitore.

Adunq; se il primo num. della questione è 1. sarà il secondo $10\frac{1}{4}$. & il terzo $26\frac{3}{4}$. perche così il primo num. con 73. fa il doppio de gl'altri due, & il secondo con 73. fà il triplo dell'altri due. Se

Eßempio principale.

1.		X		3.
$10\frac{1}{4}$.				$12\frac{1}{2}$.
$26\frac{3}{4}$.	P		P	$15\frac{1}{2}$.
$54\frac{3}{4}$.				$36\frac{1}{2}$.
		$18\frac{1}{4}$.		

il partitore.

adun.

adunque il terzo con 73. farà il quadruplo de gl' altri due, sarà sodisfatto alla questione. Ma il terzo con 73. fa il num. 99. $\frac{3}{4}$. il quale non è quadruplo del num. 11 $\frac{1}{4}$. che si cōpone dal primo, & secondo: ma il num. 45. è quadruplo del numero 11 $\frac{1}{4}$. Adunque hauemo trapassato la verità in 54 $\frac{3}{4}$.

Hora poni il primo num. essere 3. che con 73. fa 76. il qual numero deue esser doppio de gl' altri due. Adunque gl'altri due saranno 38. Et perche il secondo con 73. deue essere triplo del primo, (che è 3.) & del terzo insieme, s' hauerà per tanto da diuidere (come nella questione precedente è stato insegnato) il num. 38. in due parti delle quali la prima con 73. faccia vn numero triplo del numero, che si compone dalla seconda parte, & dal 3.

Poni adunque la prima parte di 38. essere 2. & perciò la secōda 36. La prima parte con 73. fa 75 & la seconda con 3. fa il num. 39. del quale il num. 75. non è triplo, ma il numero 117. Adunque hauemo mancato dalla verità nel numero 42. Poni di nuouo la prima parte essere 23. & conseguentemente la seconda 15. La prima con 73. fa 96. & la seconda con 3. fa 18. del qual numero non è triplo il numero 96. ma il num. 54. Adunque hauemo trapassato il vero in 42. Fa secondo la regola del falso, & ritrouarai la prima parte essere 12 $\frac{1}{2}$. & conseguentemente la seconda 25 $\frac{1}{2}$.

Essempio manco principale.

2.		23.
36.	X	15.
—M		P—
42.		42.

84.

il partitore.

ADVNQVE se'l numero primo della questione proposta è 3. il secondo sarà $12\frac{1}{2}$. & il terzo $25\frac{1}{2}$. Perche così il primo con 73. fa il doppio de gl' altri due, & il secondo con 73. fa il triplo de gl' altri due. Se adunque il terzo con 73. farà il quadruplo de gl'altri due, sarà sciolta la questione. Ma il terzo con 73. fa il num. $98\frac{1}{2}$. ilquale non è quadruplo del numero $15\frac{1}{2}$. che è composto dal primo 3. dal secondo $12\frac{1}{2}$. ma il num. 62. Adunque hauemo ecceduto il vero in $36\frac{1}{2}$.

Essempio principale

1.		3.
$10\frac{1}{4}$.	X	$12\frac{1}{2}$.
$26\frac{3}{4}$. P		P $25\frac{1}{2}$.
$54\frac{3}{4}$.	$18\frac{1}{4}$.	$36\frac{1}{2}$.

il partitore

HORA se moltiplicarai li primi numeri per li errori in croce, & similmente li secondi, & li terzi, (perche più commodamente si ritrouaranno il secondo, & il terzo in questo modo, che se li vorremo ricercare dal primo ritrouato: imperoche quì sarebbe necessario valersi della questione precedente) & fatta la sottrattione, diuiderai li num. che rimangono, per il partitore ritrouato $18\frac{1}{4}$. cioè per la differenza delli errori, poiche nell'vna, & l'altra positione è stato sempre fatto eccesso, ritrouarai il primo numero essere 7. il secondo 17. & il terzo 23. Perche il primo con 73. fa 80. il qual numero è doppio de gl'altri due; ma il secondo con 73. fa 90. il qual numero è triplo de gl' altri due; & finalmente il terzo con 73. fa 96. il qual numero è quadruplo de gl'altri due.

Questione 7. VII. CERCHISI vn numero, che moltiplicato per 3. & prodotto aggiontoli 10. & questa

ſta ſomma moltiplicata per 4.& al prodotto aggiontoli 20. & queſta ſomma moltiplicata per 5. & al prodotto aggiõtoli 30. & finalmente queſta ſomma moltiplicata per 6. & al prodotto aggiõtoli 40. ſi produchi queſto num. 6700. Fingi quel

2. X 4.
M M
3690. 3600.
360.
il partitore.

numero eſſere 2. che moltiplicato per 3. fa 6. & aggiontoli 10. fa 16. & queſta sõma moltiplicata per 4. fa 64. & aggiontoli 20. fa 84. In oltre queſta ſomma moltiplicata per 5. fa 420. & aggiontoli 30. fa 450. Finalmente queſta ſomma moltiplicata per 6. fa 2700. & aggiontoli 40. fa 2740. Ma doueua queſta vltima ſomma eſſere 7600. Habbiamo adũque mãcato dalla verità in 3960. Di nuouo fingi il medeſimo numero eſſere 3. che moltiplicato per 3. fa 9. & aggiontoli 10. fa 19. & queſta ſomma moltiplicata per 4. fa 76. & aggiõtoli 20. fa 96. Di più, queſta ſomma moltiplicata per 5. fa 480. & aggiontoli 30. fa 510. Finalmente queſta ſomma moltiplicata per 6. fa 3060. & aggiontoli 40. fa 3100. Ma doueuamo fare 6700. Adunque di nuouo hauemo mancato dalla verità in 3600. Fà ſecondo la regola, & ritrouarai il numero cercato eſſere 13. Perche queſto numero moltiplicato per 3. fa 39. & aggiontoli 10. fa 49. Queſta ſomma moltiplicata per 4. fa 196. aggiontoli 20. fa 216. la qual ſomma moltiplicata per 5. fa 1080. & aggiontoli 30. fa 1110. la qual ſomma finalmente moltiplicata per 6. fa 6660. & aggiontoli 40. fa 6700.

VIII. Vn maeſtro di ſcola hà tanti ſcolari, Queſtione
cheſe ciaſcheduno pagarà ſcudi 5. gli manchino 8.

ſcudi 30.per comprare la caſa,nella quale habita; ma ſe ciaſcheduno darà 6.ſcudi, gl'auanzino 40. ſcudi, oltra il prezzo della caſa. Quanti ſcolari adunque ha, & quanto il prezzo della caſa? Quì niente altro ſi cerca, che vn numero, che moltiplicato per 5. faccia tal numero, che aggiontoli 30. faccia la medeſima ſomma, la quale rimane, ſe il medeſimo numero ſi moltiplica per 6. & dal prodotto ſi cauano 40. Poni adunque quel numero de i ſcolari eſſere 30. che moltiplicato per 5. fa 150. & aggiontoli 30. fa 180. Tanto adunque li coſter àla caſa, ſe n'auerà 30. ſcolari, delli quali ciaſcheduno paghi cinque ſcudi. Hora vediamo ſe auanzano 40. ſcudi oltra queſto prezzo, ſe ciaſcheduno pagara 6. ſcudi moltiplica adunque il medeſimo num.delli 30.ſcolari per 6. & farai 180.ſcudi, & auanzarà nulla oltra il prezzo della caſa. Ma doueuano auãzare ſcudi 40. Adunque hauemo mancato dalla verità in 40. Di nuouo fingi il num. delli ſcolari eſſere 100.che moltiplicato per 5. fa 500. & aggiontoli 30. fa 530. Tanto adunque coſtarà la caſa, ſe hauerà 100. ſcolari, delli quali ciaſcheduno pagi ſcudi 5.Hora vediamo, ſe auanzano 40. ſcudi oltra queſto prezzo della caſa,ſe ciaſcheduno darà 6.ſcudi. Moltiplica dunque il medeſimo numero delli 100. ſcolari per 6. & farai 600. & auanzano 70.ſcudi oltra il prezo di ſcudi 530. della caſa. Ma doueuano auanzare ſolamente 40. Adunque hauemo ecceduto la verità in 30. Opera ſecon-

40.		500.
M	X	P
40.		30.
	70.	
	il partitore.	

secondo la regola del falso, & ritrouarai il numero delli scolari essere 70. Perche questo numero moltiplicato per 5. fa 350. & aggiontoli 30. fa 380. Tanto adunque è il prezzo della casa il medesimo num. 70. delli scolari moltiplicato per 6. fa 420. il qual numero eccede il prezzo della casa di scudi 380. in 40. come la questione vuole.

IX. Due deuono partitire vgualmente tra di loro 60. scudi. Ma essendo nato disparere tra essi, ciascuno ne hà tolti quanti hà possuto. Ma dipoi essēdo pacificati, il primo pose giù il $\frac{1}{4}$. de suoi denari, & il secondo $\frac{1}{3}$. de' suoi; & auuiene all' hora, che tanto il primo pigliando quel $\frac{1}{3}$. del secondo, quanto il secondo pigliando quel $\frac{1}{4}$. del primo, ne hauesse 30. scudi. quanti adunque n'haueua tolto ciascuno di loro la prima volta? Poni, che il primo pigliasse 36. scudi, & perciò il secondo gl'altri 24. Se adunque il primo porrà giù $\frac{1}{4}$. cioè 9. scudi, gli restaranno in mano 27. scudi, à i quali se aggiongeremo $\frac{1}{3}$. del secondo, che si dice hauer posto giù, cioè 8. scudi, faremo 35. per li denari del primo. Ma egli doueua hauer solamente 30. Adunque habbiamo ecceduto il vero in 5. Fingi hora, il primo hauere tolto 12. & perciò il secondo il resto, cioè 48. Se adunque il primo porrà giù il $\frac{1}{4}$. cioè 3. scudi, gli restaranno 9. scudi, alli quali se aggiongeremo il $\frac{1}{3}$. del secondo, cioè 16. scudi, faremo 25. scudi per li scudi del primo. Ma doueuano essere 30. Adunque habbiamo mancato dal vero in 5. Questione 9.

36. X 12.
24. 48.
P M
5. 5.
10.
il partitore.

vnità. Opera secondo la regola,& ritrouarai,che il primo ne ha tolto 24. & perciò il secondo 36. Perche se il primo porrà giù il $\frac{1}{4}$. cioè 6. scudi, & alli 18.che gli restano,aggiongerà il $\frac{1}{3}$. del secondo, cioe 12. hauerà 30. scudi. Così ancora, se il secondo porrà giù il $\frac{1}{3}$. cioè 12. scudi, & li 24.che restanno aggiongerà il $\frac{1}{4}$. del primo,cioè 6.hauerà 30. scudi come il primo.

POTREMO ancora dal numero, che per il secondo ponemmo, nel medesimo modo cauare la verità. Imperoche nel primo ponimento del secondo, che è 24. se il secondo porrà giù il $\frac{1}{3}$. cioè 8. scudi, & alli 16. che restano, aggiongerà il $\frac{1}{4}$. del primo, cioè 9.scudi, hauera 25.scudi, che douerebbono essere 30. Habbiamo adunque mancato in 5.vnità. Et nell'altra positione del secondo,se il secondo porrà giù il $\frac{1}{3}$. cioè 16. scudi, & a gl'altri 32. che restano,aggiongerà il $\frac{1}{4}$. del primo.cioè 3.farà 35. scudi, che non douerebbono essere più di 30. Adunque habbiamo ecceduto il vero in 5. vnità. Fà secondo la regola, moltiplicando gl'errori per le positioni del secondo, &c. ritrouarai che il secondo ha tolto 36. scudi, & il primo 24. come prima.

36.	X	12.
24.		48.
M		P
5.		5.
	10.	
	il partitore.	

Questione 10. X. DVE doueuano partire tra di loro 100.scudi vgualmente, ma essendo occorso tra essi disparere,ciascheduno ne tolse quanto puote. Doppo fatta pace, pose giù il primo il $\frac{1}{3}$. delli suoi denari, & il secondo il $\frac{1}{4}$. delli suoi: & il primo

pigliò

pigliò questo $\frac{1}{5}$. del secondo, & il secondo quel $\frac{1}{3}$. del primo. Il che fatto, l'vno, & l'altro hebbe 50. scudi. Quãto adunque ciascheduno nel principio ne tolse? Fingi, che il primo ne togliesse 30. scudi, & per ciò il secondo 70. Il $\frac{1}{3}$. del primo è 10. che se lo pone giù, gli restaranno 20. Il $\frac{1}{5}$. del secondo è 14.

30.		60.
70.	M X M	40.
16.		2.
	14.	
	il partitore.	

che se lo daremo al primo, ne hauerà il primo 34. scudi. Ma doueua hauere 50. Adunque hauemo mancato dalla verità in 16. Fingi di nuouo, che il primo ne habbia tolto 60. & perciò il secondo 40. Il $\frac{1}{3}$. del primo è 20. che se lo pone giù gl'auanzano scudi 40. Il $\frac{1}{5}$. del secondo è 8. che se lo daremo al primo, ne hauerà il primo 48. Ma doueua hauere 50. Adunque hauemo mancato ancora in questo ponimento dalla verità in 2. Opera secondo la regola, & ritrouarai il primo hauere tolto $64\frac{2}{7}$. & perciò il secondo $35\frac{5}{7}$. perche il $\frac{1}{3}$. del primo è $21\frac{3}{7}$. che se lo pone giù, gli ne restano $42\frac{6}{7}$. Il $\frac{1}{5}$. del secondo è $7\frac{1}{7}$. che se lo pone giù, gli rimangono $28\frac{4}{7}$. Hora se daremo il $\frac{1}{5}$. del secondo, cioè $7\frac{1}{7}$. al restante del primo, che fù 42. $\frac{6}{7}$. hauerà il primo 50. Così ancora se daremo $\frac{1}{3}$. del primo, cioè $21\frac{3}{7}$. al resto del secondo, che fù $28\frac{4}{7}$. hauerà il secondo similmente 50. si come nella questione si proponeua.

XI. Due tra di loro così distribuiscono 100. scudi, che se il primo ne pone giù $\frac{1}{3}$. delli suoi, & il secondo $\frac{1}{4}$. delli suoi, & la somma di queste *Questione 11.*

parti si diuida in due parti vguali, & se ne dia $\frac{1}{2}$. all'vno, & all'altro numero rimasto, si faccino due numeri vguali, cioè 50. & 50. Quali adunque sono le parti de amendue? Fingi la parte del primo essere 60. & perciò quella del secondo 40. Se il primo ne porrà giù $\frac{1}{3}$. cioè 20. gli ne restaranno 40. ma se'l $\frac{1}{4}$. del secondo, cioè 10. s'aggiongerà al $\frac{1}{3}$. del primo, cioè a 20. si farà 30. & se'l $\frac{1}{2}$. di questa somma 30. cioè 15. daremo al resto del primo, che fù 40. faremo 55. Ma doueuamo fare solamente 50. Adunque hauemo ecceduto la verità in 5. Fingi di nuouo il primo hauere 24. & perciò il secondo 76. (Hò posti questi numeri, perche il primo hà

60.		24.
40.	X	76.
P		M
5.		$20\frac{1}{2}$.
	$25\frac{1}{2}$.	
	il partitore.	

$\frac{1}{3}$. & l'altro $\frac{1}{4}$. senza rotti.) Se il primo porrà giù $\frac{1}{3}$. cioè 8. gli auanzaranno 16. ma se'l $\frac{1}{4}$. del secondo, cioè 19. s'aggiongerà al $\frac{1}{3}$. del primo, cioè a 8. farà 27. & se'l $\frac{1}{2}$. di questa somma 27. cioè $13\frac{1}{2}$. daremo al resto del primo, che fù 16. hauerà il primo $29\frac{1}{2}$. Ma doueua hauere 50. Adunque hauemo mancato dalla verità in $20\frac{1}{2}$. Fà hora secondo la regola, & ritrouarai la parte del primo essere $52\frac{16}{17}$. & perciò del secondo $47\frac{1}{17}$. Imperoche $\frac{1}{3}$. del primo è $17\frac{11}{17}$. la qual parte ponendola giù gli restaranno $35\frac{5}{17}$. Il $\frac{1}{4}$. del secondo è $11\frac{1}{1}$. $\frac{3}{7}$. che ponendolo giù gli auanzaranno $35\frac{5}{17}$. & la somma dal $\frac{1}{3}$. del primo, & dal

$\frac{1}{4}$.del

$\frac{1}{2}$. del secondo, cioè, dal 17 $\frac{11}{17}$. & 11 $\frac{13}{17}$. è 29 $\frac{7}{17}$. il $\frac{1}{2}$. della quale, cioè 14 $\frac{12}{17}$. aggionto al resto del primo, cioè à 35 $\frac{5}{17}$. & al resto del secondo, cioè à 35 $\frac{5}{17}$. fa 50. & 50.

60.			24.
40.	P	X	M 76.
5.			20 $\frac{1}{2}$.
		25 $\frac{1}{2}$.	

il partitore.

Questione 12.

XII. PARTISCASI il numero 1000. in due parti delle quali la maggiore ecceda la minore in 49. Fingi la maggior parte essere 600. & perciò la minore 400. Quella eccede questa in 200. & noi voleuano, che l'eccesso fosse 49. Adunque hauemo trapassato il vero in 151. Fingi di nuouo la maggior parte essere 550. & per ciò la minore 450. Quella eccede questa in 100. & noi voleuamo, che l'eccesso fusse 49. Adunque vn' altra volta hauemo trapassato il vero in 51. Opera adunque secondo la regola, & ritrouarai la maggior parte essere 524 $\frac{1}{2}$. & perciò la minore 475 $\frac{1}{2}$. Perche quella eccede questa nel numero proposto 49.

600.			550.
400.	P	X	P 450.
151.			51.
		100.	

il partitore.

Questione 13.

XIII. VNO hà due vasi d'oro, & vn coperchio di valuta di 150. scudi, che aggionto al primo vaso,

vaſo, fa quello triplo del ſecondo vaſo nel prezzo; ma aggionto al ſecondo vaſo, fa quello del medeſimo prezzo con il primo. Quanto adunq; coſtano quelli due vaſi? Quì ſi cercano due numeri, delli quali il primo con 150. ſia triplo del ſecondo, & il ſecondo con 150. ſia vguale al primo. Poni il primo vaſo coſtare 30. ſcudi. (Pongo queſto numero, perche aggiontoli 150. ſi fà vn numero, che è triplo ad vn'altro ſenza rotti.) Aggiontoli il coperchio di 150. ſcudi coſtarà 180. ſcudi. Et perche queſto prezzo deue eſſer triplo del prezzo del ſecondo vaſo, coſtarà per tanto il ſecondo vaſo 60. ſcudi. Aggiontoli il coperchio di 150. ſcudi, coſtarà 210. ſcudi. Ma doueua coſtare ſolamente 30. acciò il prezzo ſuo fuſſe vguale al prezzo del primo. Adunque hauemo ecceduto il vero in 180. Poni di nuouo il primo vaſo coſtare 90. ſcudi. Aggiontoli il coperchio di 150. ſcudi, coſtarà 240. ſcudi, & perciò il ſecondo vaſo coſtarà 80. ſcudi, atteſo, che quel numero ſia triplo di queſto. Aggiontoli il coperchio, coſtarà 230. Ma doueua coſtare ſolamente 90. acciò il prezzo ſuo fuſſe vguale al prezzo del primo. Hauemo dunque vn'altra volta ſuperato il vero 140. Fà ſecondo la regola, & ritrouarai il prezzo del primo vaſo ſcud. 300. Perche aggiontoli il coperchio di 150. ſcudi, ſi farà il prezzo di 450. ſcudi, & per queſto il prezzo del ſecondo vaſo farà 150. ſcudi, cioè, la terza parte di quel-

30.	X	90.
150.		150.
180. P		M 240.
180.		140.
	40.	
	il partitore.	

lo; &

lo; & aggiontoli il coperchio di 150. ſcudi ſi farà il prezzo di 300. ſcudi, vguale al prezzo del primo.

XIV. Vno ha due vaſi d'oro, & vn coperchio, che vale 100. ſcudi, il quale aggionto al primo vaſo fa quello triplo del ſecondo nel prezzo: ma aggionto al ſecondo fa quello duplo del primo nel prezzo. Quanto adunque vagliano quelli due vaſi? Fingi il primo valere ſcudi 50. Aggiontoli il coperchio di ſcudi 100. valerà 150. ſcudi, & perciò il ſecondo valerà ancora 50. ſcudi, atteſo, che quel numero ſia triplo di queſto. Aggiontoli il coperchio valerà 150. ſcudi, il qual numero non è doppio di quel prezzo del primo di ſcudi 50. ma il numero 100. è doppio di 50. Adunque hauemo trapaſſato la verità nel numero 50. poni di nuouo il primo valere 110. ſcudi. Aggiontoli il coperchio di 100. ſcudi, valerà 210. ſcudi, & per queſto il ſecondo valerà 70. ſcudi, eſſendo, che quel numero ſia triplo di queſto. Aggiontoli il coperchio di ſcudi 100. valerà 170. ſcudi, il qual numero non è doppio del prezzo del primo di ſcudi 110. ma il numero 220. è doppio di quello. Adunque hauemo mancato dalla verità in queſto numero 50. Operà ſecondo la regola, & ritrouarai il prezzo del primo vaſo ſcudi 80. Perche aggiontoli il coperchio di 100. ſcudi, ſi farà il prezzo di 180. ſcudi, & per queſto il prezzo del ſecondo vaſo ſarà di 60. ſcudi, cioè, la terza parte di quello: & aggiontoli il

Queſtione 14.

50.		110.
100.	X	100.
—— P		M ——
150.		210.
50.		50.
	100.	
	il partitore.	

co-

coperchio, si farà il prezzo di 160. scudi doppio del prezzo del primo, ch'era di scudi 80.

Questione 15. XV. Vno comprò tante pernici, che se ne hauesse compre $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. di quelle, & di più 22. ne haueria 100. Quante adunque ne comprò? Quì si cerca vn numero, del quale $\frac{1}{2}$. $\frac{1}{3}$. & $\frac{1}{4}$. con 22. faccino 100. Poni colui hauere comprato 12. Il $\frac{1}{2}$. di questo numero è 6. & $\frac{1}{3}$. 4. & $\frac{1}{4}$. 3. le quali parti fanno 13. & aggiontoli 22. fanno 35. Ma doueuano fare 100. Adunq; hauemo mancato dal vero in 65. Poni di nuouo colui hauerne compre 60. Il $\frac{1}{2}$. di questo numero è 30. & $\frac{1}{3}$. 20. & $\frac{1}{4}$. 15. le quali parti fanno 65. & aggiongiontoli 22. fanno 87. Ma doueuano fare 100. Adunque hauemo mancato di nuouo dal vero in questo num. 13. Fà

12.	X	60.
M		M
65.		13.
	52.	
	il partitore.	

adunque secondo la regola, & ritrouarai colui hauer comprato 72. pernici. Perche $\frac{1}{2}$. di questo numero è 36. & $\frac{1}{3}$. 24. & $\frac{1}{4}$. 18. le quali parti fanno 78. & aggiontoli 22. fanno 100.

Questione 16. XVI. Due hanno vna certa somma di scudi, che se il secondo ne darà 12. al primo, il primo ne hauerà sei volte tanto, quanto il secondo; & se il primo ne darà 15. al secondo, ne hauerà il secondo dieci volte tanto, quanto il primo. Adunque ciaschedũno quanti scudi ne ha? Quì si cercano due numeri, delli quali il primo con 12. vnità del secondo sia sei volte tanto, quanto l'auanzo del secondo: & il secondo con 15. vnità del primo sia dieci volte tanto, quanto l'auanzo del

pri-

primo. Per potere più facilmente sciorre questa, & altre simili questioni senza rotti, s'hauerà da cominciare dal numero secondo. Fingi adunque il secondo hauere 20. del qual numero se daremo 12. vnita al primo,

20.	X	100.
M		M
175.		4895.
	4720.	
	il partitore.	

hauerà il primo, secondo il tenore della questione, sei volte tanto, quanto è il resto del secondo, che è 8. Hauerà adunque all'hora il primo 48. perciò, auanti che pigliasse 12. dal secondo, ne haueua 36. Ma se di questo num. 36. del primo, daremo 15. vnità al secondo, che ne ha 20. hauerà il secondo 35. il qual numero deue essere dieci volte tanto, secondo il tenore della questione quanto è il resto del primo, che è 21. Ma è cosa chiara, il numero 35. non essere dieci volte tante tanto, quanto è il numero 21. ma il num. 210. è dieci volte tanto. Adunq; hauemo mancato dalla verità in 175. Poni di nuouo il secondo hauere 100. del qual numero se daremo 12. vnità al primo, hauerà il primo, si come vuole la questione, sei volte tanto, quanto è l'ananzo del secondo, che è 88. Hauerà adunque il primo all'hora 528. & però, innanzi che pigliasse 12. dal secondo, ne haueua 516.

20.	X	100.
M		M
175.		4894.
	4720.	
	il partitore.	

Hora

Hora se da questo numero 516. del primo, daremo 15. vnità al secondo hauerà il secondo 115. il qual numero deue essere dieci volte tanto, come vuole la questione, quanto è il resto del primo, che è 501. Ma è cosa chiara, il numero 115. non essere dieci volte tanto, quanto è il numero 501. ma il numero 5010. è dieci volte tanto. Adunq; hauemo mancato di nuouo dalla verità in 4895. Opera secondo la regola, & ritrouarai il secondo hauere $17\frac{\ }{5}\frac{2}{9}$. dal qual num. se daremo 12. vnità al primo, hauerà il primo sei volte tanto, quanto è il resto del secondo, che è $5\frac{\ }{5}\frac{2}{9}$. Adunq; hauerà all'hora il primo $30\frac{1}{5}\frac{2}{9}$. & perciò auanti, che pigliasse 12. dal secondo, ne hebbe $18\frac{1}{5}\frac{2}{9}$. Perche se di questo numero daremo 15. vnità al secondo, hauerà il secondo $32\frac{\ }{5}\frac{2}{9}$. il qual numero è dieci volte tanto quanto è l'auanzo del primo, che è $3\frac{1}{9}\frac{2}{9}$. si come anco propone la questione.

Questione 17. XVII. Due hanno vna certa somma di scudi, se il secondo darà 6. al primo, hauerà il primo il doppio del resto del secondo, & se il primo darà tre al secondo, hauerà il secondo vn num. vguale al resto del primo. Quanti scud. adunq; ciascheduno hebbe? Quì ancora si cercano due numeri, delli quali il primo con sei vnità del secondo, sia doppio dell'auanzo, del secondo; & il secondo con 3. vnità del primo, sia vguale all'auanzo del primo. Poni il secondo hauere 15. del qual num. se daremo 6. vnità al primo, hauerà il primo 18. cioè, il doppio del resto del secondo, che è 9. Et per questo prima, che pigliasse 6. dal se-

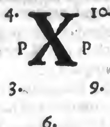
15. X 20.
p p
9. 4.
5.
il partitore.

condo, ne hebbe 12. Hora se da questo numero 12. daremo 3. vnità al secondo, hauerà il secondo 18. il qual numero non è vguale al resto del primo, che è 9. ma maggiore. Adunque hauemo trapassato la verità in noue. Poni di nuouo il secondo hauere 20. dal qual numero, se daremo 6. vnità al primo, hauerà il primo 28. cioè, il doppio del resto del secondo, che è 14. Adunq; auanti che pigliasse 6. dal secondo, ne haueua 22. Hora se il primo darà al secondo 3. vnità, hauerà il secondo 23. il qual numero non è vguale al resto del primo, che è 19. ma maggiore. Adunque hauemo ecceduto di nuouo la verità in 4. Opera secondo la regola, & ritrouarai il secondo hauere 24. dal qual numero, se daremo 6. vnità al primo, hauerà il primo 36. cioè, il doppio del resto del secondo, che è 18. Adunque prima ne hebbe 30. & per questo se darà 3. vnità al secondo, hauerà il secondo 27. il qual numero è vguale al resto del primo, che ancora è 27.

XVIII. E' vna cisterna, che hà in fondo tre cãnelle disuguali. Per la maggiore versa tutta l'acqua in 2. hore, per la mezzana in 3. & per la più piccola in 6. Se adunque l'acqua sempre si verserà vgualmente, in quanto tempo si votarà, se tutte le tre cannelle s'apriranno insieme? Fingi in 4. hore, & dì: Se la maggior cannella in 2. hore vota vna cisterna, che votarà in 4. hore? & ritrouarai 2. cisterne. Di più; Se la cannella mezzana in 3. hore vota vna cisterna, quanto ne votarà in 4. hore? & ritrouarai $1\frac{1}{3}$. di cisterna. di più: Se la più piccola cannella in 6. hore vota vna cisterna, quanto ne votarà in 4. hore? & ritrouarai $\frac{2}{3}$. di cisterna; & così tutte tre le cannelle in 4. hore votaranno 4. cisterne. Ma Questione 18.

noi

noi vogliamo solamente vna cisterna. Adunq; hauemo ecceduto il vero in 3. Poni di nuouo in 10. hore. Et dì: Se la maggior cannella in 2. hore vota vna cisterna, quanto ne votarà in 10. hore? & ritrouarai 5. cisterne. Di più? Se la cannella mezzana vota vna cisterna in 3. hore, quanto ne votarà in 10. hore? & ritrouarai cisterne $3\frac{1}{3}$. Di più: Se la più piccola cannella in 6. hore vota vna cisterna, che votarà in 10. hore? & ritrouarai $1\frac{2}{3}$. cister. & così tutte le tre cannelle votariano in 10. hore 10. cisterne. Ma noi vogliamo vna cisterna. Adunque habbiamo di nuouo ecceduto il vero in 9. Fà secondo la regola, & ritrouarai in vn'hora votarsi la cisterna. Perche la maggior cannella in vn'hora votarà $\frac{1}{2}$. & la mezzana $\frac{1}{3}$. & la più piccola $\frac{1}{6}$. le quali parti tutte fanno 1. cisterna.



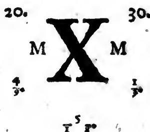
il partitore.

Questa questione si può proporre ancora così. E vna cisterna, che hà nella bocca tre cannelle disuguali; Per la maggior si empie la cisterna in 2. hore, per la mezzana in 3. & per la più picco la in 6. &c.

Questione 19. XIX. E vna cisterna, che hà vna cannella nella bocca, per la quale s'empie in 12. hore, & nel fondo hà vn'altra cannella, per la qual si vota in 18. hore. Se adunque per la cannella di sopra di continuo entrarà acqua, & per quella da basso sempre ne vscirà, in quanto tempo s'empierà tutta la cisterna? Poni in 20. hore. Et di:

Se

Se in 18. hore si vota vna cisterna, che si votarà in 20. hore? & ritrouarai 1 $\frac{1}{9}$. cister. Adunque è necessario, che si empino in 20. hore cisterna 2 $\frac{1}{9}$. acciòche nel medesimo tempo votandosi 1 $\frac{1}{9}$. cisterne, resti 1. cisterna piena. Dì adunque: Se in 12. hore s'empie 1. cisterna, che s'empierà in 20. hore? & ritrouarai 1 $\frac{2}{3}$. cisterne. Ma noi vogliamo cistern. 2 $\frac{1}{9}$. Adunque hauemo mancato dalla verità in . Poni hora in 30. hore. Et dì: Se in 18. hore si vota 1. cisterna, che si votarà in 30. hore? & ritrouarai 1 $\frac{2}{3}$. cistern. E necessario adunque, che in 30. hore s'empino cisterne 1 $\frac{2}{3}$. acciòche nel medesimo tempo, votandosi 1 $\frac{2}{3}$. cistern. resti piena 1. cisterna. Dì adunque; Se in 12. hore s'empie vna cisterna, che s'empierà in 30. hore? & ritrouarai cisterne 2 $\frac{1}{2}$. Ma noi voleuamo cisterne 2 $\frac{2}{3}$. Di nuouo adunque hauemo mancato dalla verità in $\frac{1}{6}$. Opera adunque secondo la regola, & ritrouarai in 36. hore empirsi la cisterna. Perche in 36. hore la cannella superiore empierà 3. cisterne, & l'inferiore votarà due cisterne, & così ne rimarrà vna piena.



il partitore.

XX. Vn'artefice finisce vna certa opera in trenta giorni; ma se ne s'aggiongerà vn'altro, la finiranno tutti due in 18. giorni. In quanto tempo adunque questo secondo solo finirà la medesima opera? Dì primieramente: Se il primo maestro *Questione 20.*

R in 30.

in 30.giorni finiſce l'opera,quanto ne farà in 18. giorni?& ritrouarai $\frac{3}{5}$. dell'opera. Adunque il ſecondo nel medeſimo tempo ne fara $\frac{2}{5}$. acciò che tutti due finiſchino tutta l'opera. Poni adunque primieramēte, che il ſecōdo finiſca tutta l'opera in 40.giorni,& dì: Se il ſecondo in 18.giorni ſpediſce $\frac{2}{5}$. dell'opera, quanto ne farà in 40. giorni? & ritrouarai $\frac{8}{9}$. dell'opera. Ma noi habbiamo poſto,che finirebbe tutta l'opera. Adūque hauemo mancato dalla verità in $\frac{1}{9}$. Secondariamente, poni il ſecondo finire l'opera in 60. giorni, & dì: Se il ſecondo in 18.giorni finiſce $\frac{2}{5}$. dell'opera, quanto ne fornirà in 60.giorni?& ritrouarai 1 $\frac{3}{9}$. ma noi hauemo poſto, che finirebbe vn'opera ſolamente, adunque hauemo ecceduto la verità in $\frac{3}{9}$. Opera ſecondo la regola, & ritrouarai il ſecondo finire tutta l'opera in 45. giorni. Perche ſe in 18. giorni fa $\frac{2}{5}$. dell'opera,in 45. giorni farà vn'opera intiera.

40. X 60.

M P

$\frac{1}{9}$. $\frac{3}{6}$.

$\frac{4}{9}$.

il partitore.

Più facilmente ſenza la regola del falſo,queſta queſtione ſi ſciorrà in queſto modo. Doppo che ritrouaſti, che il ſecondo in 18. giorni finiſce $\frac{2}{5}$. dell'opera,talche manchino $\frac{3}{5}$. dì: Se $\frac{2}{5}$. ricercano 18. giorni, quanti giorni ricercaranno $\frac{3}{5}$? & ritrouarai 27. giorni, li quali aggionti à 18. fanno 45.giorni, nelli quali finirà tutta l'opera, come prima. Ouero dì:Se $\frac{2}{5}$. ricercano 18.giorni,quanti giorni ce ne vogliono per vn'opera intiera? & ritrouarai di nuouo 45. giorni come prima.

Tre

XXI. Tre hanno giuocato tra di loro di tal sorte, che il primo guadagnò subito $\frac{1}{2}$. delli denari del secondo; ma doppo il secondo guadagnò $\frac{1}{3}$. delli denari del terzo: e finalmente il terzo guadagnò $\frac{1}{4}$. di quei denari, che il primo portò al giuoco. Et finito il giuoco, ciascheduno di loro si trouò hauere scudi 700. Quanti denari adunque ciascheduno portò al giuoco? Quì non si cerca altro, se non, che il proposto numero 2100. (Perche se ciascuno hà 700. haueranno tutti tre 2100.) si partisca in tre parti, di maniera, che se la prima dia $\frac{1}{4}$. alla terza, & pigli $\frac{1}{2}$. della seconda; ma la seconda pigli $\frac{1}{3}$. della terza, si faccino tre numeri vguali, cioè 700. 700. 700. Ouero si cercano tre numeri, delli quali il primo ponendo giù la $\frac{1}{4}$. & pigliando la $\frac{1}{2}$. del secondo, faccia 700. Similmente il secondo, ponendo giù la $\frac{1}{2}$. & pigliando la $\frac{1}{3}$. del terzo faccia 700. Et nel medesimo modo il terzo, ponendo giù la $\frac{1}{3}$. & pigliando la $\frac{1}{4}$. del primo faccia ancora 700. Poni il primo giuocatore hauere portato scudi 100. Che se ne perderà la $\frac{1}{4}$. cioè 25. glie n' auanzaranno 75. Et perche questo resto con la $\frac{1}{2}$. del secondo deue fare 700. sarà per tanto la $\frac{1}{2}$. del secondo 625. poiche questo numero con il resto del primo, cioè cõ 75. fa 700. Portò adunque il secondo 1250. Et doppo, che ne hauerà perso la $\frac{1}{2}$. glie ne resteranno 625. Ma perche questo resto con la $\frac{1}{3}$. del terzo

Questione 21.

100.	X	200.
1250.		1400.
225.M		M450.
525.		350.
	175.	
	il partitore.	

deue fare 700. farà per questo la $\frac{1}{3}$. del terzo 75. poiche questo numero con il resto del secondo, cioè, con 625. fa 700. Per la qual cosa il terzo portò con seco nel giuoco 225. Et doppo che ne hauerà perso la $\frac{1}{3}$. glie ne rimarranno 150. Ma perche questo resto con la $\frac{1}{4}$. del primo, cioè, con 25. fa 175. & doueua fare 700. haueremo per tanto mancato dalla verità in questo numero 525.

Poni di nuouo il primo hauere portato al giuoco scudi 200. Che se ne perderà la $\frac{1}{4}$. cioè 50. glie n'auanzaranno 150. scudi, che con la $\frac{1}{2}$ del secondo deuono fare 700. Sarà adunque la $\frac{1}{2}$. del secondo 150. scudi, & perciò il secondo portò 1100. & perso che hauerà la $\frac{1}{2}$. gli n'auanzaranno scudi 550. che con la $\frac{1}{3}$. del terzo deuono fare 700. Sarà adunque la $\frac{1}{3}$. del terzo 150. & per tanto nel principio del giuoco, ne hebbe 450. & perso che hauerà la $\frac{1}{3}$. gli ne restaranno scudi 300. li quali con la $\frac{1}{4}$. del primo, cioè, con 50. fanno 350. ma doueuano fare 700. Adunque hauemo mancato ancora adesso dalla verità in questo numero 350. Opera secondo la regola, & ritrouarai il primo giuocatore hauer portato 400. scudi. Il secondo 800. & il terzo 900. Et questi numeri del secondo, & del terzo ritrouarai, ouero per la regola del falso, moltiplicando gl' errori per li ponimenti del secondo, & del terzo in croce, &c. ouero li cauarai dal primo ritrouato, si come poco innanzi dal 100. & 200. quali numeri falsamente hauemo posto, che hauesse il primo, ritrouammo i numeri del secondo, & del terzo. Perche se il primo hà 400. hauerà (leuando la $\frac{1}{4}$. cioè 100. che hà perso) 300. Et perche con la $\frac{1}{2}$. del secondo deue hauere 700. sarà per questo la $\frac{1}{2}$. del secondo 400. & per tanto il secondo portò 800.

tò 800. Et perso che hauerà la $\frac{1}{3}$. gli n'auanzaranno 400. Ma perche questa $\frac{1}{2}$. con la $\frac{1}{3}$. del terzo deue fare 700. sarà per questo la $\frac{1}{3}$. del terzo 300. & però il terzo portò 900. Perche perso che hauerà la $\frac{1}{3}$. gli ne resteranno 600. alli quali se s'aggiongerà la $\frac{1}{4}$. del primo, cioè 100. scudi, hauerà 700. come la questione vuole.

XXII. Tre mercanti hanno guadagnato scudi 400. li quali, hauendo risguardo alli denari, che ciascheduno pose, così tra di loro distribuirno. La parte del secondo auanzò la parte del primo in 12. & la parte del terzo auanzò la parte del secōdo in 16. Quale adunque fù la parte di ciascuno? Fingi il primo hauere hauuto 1. scudo, (perche voglio sciorre questa questione per numeri minimi, cioè per il ponimento del 1. & del 2. acciò più chiaramente apparisca la generalità di questa regola del falso) & perciò il secōdo 13. & il terzo 29. li quali numeri fanno 43. Ma doueuano fare 400. Adūque hauemo mācato dalla verità in 357. Fingi di nuouo il primo hauere hauuto 2. scudi, & perciò il secondo 14. & il terzo 30. li quali numeri fanno 46. Ma doueuano fare 400. Adunque hauemo mancato ancora adesso dalla varità in 354. Opera secondo la regola, & ritrouarai la parte del primo essere 120. scudi, del secondo 132. & del terzo 148. li quali tre numeri fanno la somma di 400. scudi, come si propone nella questione. *Questione 22.*

1.	X	2.
13.		14.
29. M		M 30.
—		—
43.		46.
357.		354.
	3.	
	il partitore.	

Questione 23.

XXIII. L'essercito dell' Imperatore contra li Turchi è di 40000. fanti Tedeschi, & di tanti fanti Italiani, & Vngari, che il num. delli Italiani fa la $\frac{1}{2}$. di Tedeschi, & delli Vngari, ma il numero delli Vngari fa la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi, & Italiani. Quanto adunque è il numero dell' Italiani, & quanto delli Vngari, & finalmente quanto tutto l'essercito? Fingi l'Italiani essere 30000. Et perche questo num. deue essere $\frac{1}{2}$. de i Tedeschi, & Vngari, saranno necessariamente li Tedeschi, & Vngari 60000. Adunque, conciosia che li Tedeschi siano 40000. saranno li Vngari 20000. che deuono fare la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi, & Italiani, cioè, del num. 70000. Ma fanno la $\frac{1}{3}$. del numero 60000. & non del numero 70000. Adunque hauemo ecceduto la verità in 10000. Fingi di nuouo l'Italiani essere 24000. Et perche questo num. deue essere la $\frac{1}{2}$. delli Tedeschi, & Vngari, saranno per questo li Tedeschi, & Vngari 4800. Conciosia dunque, che li Tedeschi siano 40000. saranno li Vngari 8000. che deuono fare la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi, & Italiani, cioè del num. 64000, ma fanno la $\frac{1}{3}$. del numero 24000. & non del numero 64000. Hauemo adunque ancora adesso auanzato il vero in 40000. Opera secondo la regola, & ritrouarai l' Italiani essere 32000. & li Vngari 24000. & perciò tutto l' essercito 96000. Perche in questo modo l' Italiani fanno la $\frac{1}{2}$. delli Tedeschi, & Vngari, & li Vngari la $\frac{1}{3}$. delli Tedeschi, & Italiani, come è manifesto.

30000.			24000.
20000.			8000.
	P	X	P
10000.			40000.
		30000.	
		il partitore.	

XXIV. Mi è parso di porre quì quell' artificio di Archimede, con il quale si come riferisce Vitruuio nel lib. 9. al cap. 3. ritrouò il furto d' vn certo Orefice in vna corona d' oro, cioè quanto argento haueua mescolato, senza disfare la corona. Perche hauendo Hierone Rè deliberato di offerire per voto alli suoi Dei vna corona di puro oro, l' Orefice tolta vna parte dell' oro, vi mescolò altrettanto argentò. Onde sdegnatosi Hierone d'essere così burlato, (per dire, come parla Vitruuio) nè sapendo come ritrouare tal furto, pregò Archimede, che pigliasse cura di pensarui sopra. Egli all' hora hauuta questa commissione, se ne entrò à caso nel bagno, & iui descendendo nel vaso, considerò, che tanta acqua n' vsciua fuori del vaso, quanta parte del suo corpo in quella entraua. Onde hauendo di quà ritrouata la ragione della risolutione del quesito proposto, nō si fermò punto, ma spinto dall'allegrezza, saltò subito fuori del vaso, & andando ignudo verso casa, si faceua intendere ad alta voce di hauer trouato, ciòche cercaua. Perche correndo spesso spesso gridaua alla greca ἑυρηκα ευρηκα. Et all' hora da combattimento di questa inuentione, si dice hauer fatto due masse del medesimo peso con la corona, vna d'oro, & l'altra d' argento. Doppo che hebbe fatto così, pigliò vn vaso grāde, & lo empì d'acqua insino al colmo, & in quello pose la massa d' argento, della quale quanta parte s' attuffò nel vaso, tanta acqua vscì fuori; & così leuata via la massa, riempì quanto era calato, misurandolo con vna misura, di modo, che'l vaso fusse pieno infin' alla bocca, come era prima. Et così da quello ritrouò di quanto vna certa misura d' acqua à vn certo peso di argento rispondesse. Et come hebbe esperimentato que-

Questione 24.

questo, all'hora pose similmente la massa d'oro nel detto vaso pieno;& quella cauata,con la medesima ragione, adoperando la misura stessa, ritrouò,che quell'acqua,non v'era vscita tanta,ma tanto manco, duanto manco grande di corpo del medsimo peso era la massa dell'oro,che dell' argento. Dipoi riempito il vaso,& nella medesima acqua posta la corona stessa,ritrouò la corona hauer buttata più acqua , che la massa d' oro del medesimo peso;& così discorrēdo da duello, che più acqua haucua buttata la corona , della massa d'oro,ritrouò il mescolamento dell'argento nell' oro. Fin quì Vitruuio . Dichiaramo hora noi, in che modo per la regola del fasso il detto furto,ò mescolamento si possi ritrouare, seruendoci di quello artificio di Archimede .

Pongasi per essempio, quella corona esser stata di 100. libre , & quella posta nel vaso hauer buttata 65.libre d'acqua,ma posta nel medesimo vaso la massa d' oro schietto di 100. libre , hauer buttata 60.libre;& finalmente posta nel medesimo vaso la massa d'argento schietto hauer buttata 90.libre d'acqua. Fingi aduuque,che l'Orefice habbia rubbato 40.libre di oro, & che habbia rimesse tante altre libre d'argento,si che nella corona fussero 60.libre d'oro, & 40.libre d'argēto. Vedi hora, se la corona così meschiata butti 65. libr.d'acqua.Il che così saprai.Dì:Se 100.libre d' oro buttano 60.libre d'acqua,quanta acqua buttaranno 60.libre d'oro?Et se 100.libre d'argento buttono 90.libre d' acqua, quāta acqua buttarāno 40.libre d'argento?& ritrouarai nell' vna, & l' altra operatione 36.libre d'acqua;si che la corona buttata 72. libre d'acqua. Ma doueua buttare solamente 65. libre. Adunque hauemo ecceduto la verità in 7. Fingi adesso, che l' Orefice habbia

rubba-

rubbato 30. libre d'oro, & perciò nella corona esserci 70. libre d'oro, & 30. d'argento. Dì adunque: Se 100. libre d'oro buttano 60. libre d'acqua, quanta acqua buttarãno 70. libre d'oro? Et se 100. libre d'argento buttano 90. libre, d'acqua, quanta acqua buttaranno 30. libre d'argento? & ritrouarai nella prima operatione 42. libre, & nell'altra 27. che fanno 69. libre d'acqua. Ma doueuano essere solamente 65. libre. Di nuouo adunque hauemo ecceduto la verità in 4. Opera secondo la regola, & ritrouarai l'Orefice hauer rubuto libre $16\frac{2}{3}$. d'oro & perciò in quella corona essere mescolate libre $83\frac{1}{3}$. d'oro, & $16\frac{2}{3}$. d'argento. Et per prouarlo, dì: Se 100. libre d'oro buttano 60. libre d'acqua quanta acqua buttaranno libre $83\frac{1}{3}$. d'oro? Et se 100. libre d'argento buttano 90. libre d'acqua, quanta acqua buttaranno libre $16\frac{2}{3}$. d'argento? & ritrouarai nella prima operatione 50. libre d'acqua, & nell'altra 15. libre d'acqua, le quali tutte fanno 65. libre d'acqua, cioè, quante hauemo posto, che la corona ne buttaua.

60.		70.
40.	X	30.
P		P
7.		4.
	3.	
	il partitore.	

Nel medesimo modo si sarebbe ritrouato il furto, ancorche le masse d'oro, & d'argento non fussero state di 100. libre, come era la corona, ma di qual si voglia numero di libre, come per essempio la massa d'oro di libr. 10. & la massa dell'argento di libre 20. perche diligentemẽte si cerchi, quant'acqua ciascheduna massa ne butti.

Noi

Noi poniamo per essempio, che 10. libre d'oro buttino 6. libre d'acqua, ma 20. libre d'argento 18. libre d'acqua. Onde nella prima positione dirai. Se 10. libre d'oro buttano 6. libre d'acqua, quanto d'acqua buttaranno 60. libre d'oro? &c.

Se la corona si porrà di 300. libre, & le masse d'oro, & d'argento d'altre tante libre, con questa conditione; che la corona ne cacci 218. libre d'acqua; ma l'oro 206. libre d'acqua, & l'argento 230. libre d'acqua ritrouaremo nella corona essere state poste 150. libre d'oro, & altre tante d'argento. Come si vede in questi due ponimenti, nel primo de i quali si pongono 100. libre d'oro, & 200. libre d'argento: ma nel secondo 101. libre d'oro, & 199. d'argento, &c. Con questo artificio adunque, & ingegno, si ritrouarà in qual si voglia massa d'oro, & d'argento composta quanto d'oro, & quanto d'argento ci sia meschiato.

100.		101.
200.	P X P	199.
4.		$2\frac{23}{25}$.
	$\frac{2}{25}$.	
	il partitore.	



DEL-

DELLE PROGRESSIONI ARITMETICHE.

Cap. XXIV.

PROGRESSIONE Aritmetica, è vn ordine di più numeri, che si vanno l'vn l'altro auanzando ordinatamente con vguali auanzi. Come quì vedi. *Che cosa sia progressione Aritmetica.*

Progressione naturale de i num. che comincia dall'1.

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.12.13.14. &c.

Progressione de i num. dispari, che comincia dall'1.

1.3.5.7.9.11.13.15.17.19.21.23.25.27. &c.

Progressione de i numeri pari, che comincia dal 2.

2.4.6.8.10.12.14.16.18.20.22.24.26.28.&c.

Peroche la prima di queste tre progressioni si dice progressione naturale de i numeri, & comincia dall'1. nella quale tutti li numeri, per ordine si auanzano l'vn l'altro con vna vnità. Ma la seconda si dice progressione de i numeri dispari, & comincia ancora dall'1. nella quale tutti li numeri si auanzano l'vn l'altro per ordine con 2. La terza finalmente si domanda progressione de i numeri pari, & comincia da 2. che è il primo numero paro, si come anco l'1. è il primo numero disparo, anzi il primo di tutti li numeri, benche im- *Che cosa sia progressione naturale de i numeri, & di numeri dispari, & pari.*

impropriamente. Et in questa progressione de i numeri pari, tutti li numeri si auanzano l'vn l'altro ancora per ordine con 2. si come anco nella progressione delli numeri dispari. Del medesimo modo quì.

Altre progressioni.

2.5.8.11.14.17.20.23.26.29.&c.
4.8.12.16.20.24.28.32.36.40.&c.

La prima di queste progressioni comincia dal 2. & camina sempre innanzi con 3. atteso, che tutti li numeri in quella si auanzino l'vn l'altro per ordine in 3. Ma la seconda incomincia dal 4. & seguirà caminando per il medesimo numero 4. poiche in quella tutti li numeri si auanzano l'vn l'altro per ordine in 4.

La progressione Aritmetica, in che modo si continoui.

Ciascheduna progressione Aritmetica si continouarà verso li numeri maggiori, se la differenza, ouero l'eccesso s'aggiongerà a quel numero, doppo il quale la progressione s'ha da continouare, & estendere. Come se questa progressione 4.9.14.19.24. s'hauerà da continouare doppo il 24. aggiongeremo la differenza, ouero l'eccesso della progressione, cioè 5. (la qual differenza, ouero eccesso ritrouaremo sottrahendo il primo numero della progressione del secondo, ouero qual si voglia altro dal prossimo maggiore nella medesima progressione,) all'vltimo num. 24. & faremo 29. Di nuouo à questo numero aggiongeremo 5. & faremo 34. & così di mano in mano senza fine. Così ancora se alcuno vorrà cominciare la progressione del 7. & continouarla per la differenza, ouero eccesso 6. s'hauerà d'aggiongere 6. a 7. acciò si faccia 13. per il secon-

In che modo si ritroui la differenza della progressione Aritmetica.

secondo numero della progressione. Di più 6. a 13. acciò si faccia 19. per il terzo numero,&c.

Al medesimo modo la progressione Aritmetica si continouarà andando all'indietro, se la differenza della progressione si sottrarà dal minor numero estremo. Come se questa progressione 30.37.44.51.58. s'hauera da continouare verso li minori numeri, leuaremo la differenza 7. dal minor'estremo 30. acciò ne restino 23. Di nuouo da 23. leuaremo 7. acciò ne restino 16. Di nuouo da 16. cauaremo 7. acciò ne restino 9. Et di nuouo leuaremo 7. acciò ne auanzino 2. dal qual numero non si può più leuare 7. & per questo detta progressione non si può più sminuire. Così ancora, se alcuno vorrà cominciare la progressione del 40. & seguitare con la differenza 4. verso l'vnità, s'hauèranno da leuare 4. da 40. acciò ne restino 36. Di più 4. da 36. acciò ne restino 32. Di nuouo 4. da 32. acciò n'auanzino 28. Di più 4. da 28. acciò ne rimanghino 24. &c.

La progressione Aritmetica non si può diminuire in infinito.

È proprio della progressione Aritmetica di tre numeri, che la somma delli estremi sia vguale al numero di mezzo doppiato. Come qui 7. 18. 29. si vede, & si dimostra questo da Giordano nella progressione 2. del lib. 1. della sua Aritmetica.

Proprietà della progressione Aritmetica di tre numeri.

Ma della progressione Aritmetica di quattro numeri è proprio, che la somma delli estremi sia vguale alla somma delli due numeri di mezzo. Come qui si vede, 4. 12. 20. 28. & si dimostra questo da Giordano nella propositione 3. del lib. 1. della sua Aritmetica. Et questo non solo è vero in quattro numeri, che s'auanzino l'vn l'altro per ordine, senza interuallo co'l medesimo numero, come sono li numeri, del dato essempio: ma ancora in quattro numeri li quali non seguitamente si auanzino l'vn l'altro in vn medesimo nu-

Proprietà della progressione Aritmetica di quattro numeri.

numero, purche sia la medesima differenza tra il primo, & il secondo, che è tra il terzo, & il quarto, come quì vedi, 4. 12. 30. 38.

Proprietà della progressione Aritmetica di quāti si voglia termini, se il numero de i termini sarà dis. paro.

Da queste due proprietà si raccoglie, che in ogni progressione Aritmetica, che ha il numero de i termini, ò numeri suoi disparo, cioè, che ha 3. termini, ò 5. ò 37. &c. sarà la somma delli termini, numeri estremi, cioè, del primo, & dell'vltimo, vguale a qualunque somma di due numeri di mezzo quali si siano, che vgualmente siano distanti da gl'estremi: & vguale ancora al numero di mezzo doppiato, come quì si vede.

3.7.11.15.19.23.27.31.35.39.43.

Imperoche essendo, che questi numeri, 3.7.39. 43. habbino la medesima differenza, ancorche non continouata, (perche la medesima differenza è tra 3. & 7. che tra 39. & 43.) sarà per quello, che poco fa hauemo detto, la somma delli estremi 3. & 43. vguale alla somma de i num. di mezzo 7. & 39. & per la medesima ragione la somma di 7. & 39. sarà vguale alla somma di 11. & 35. perche questi numeri 7. 11. 35. 39. hanno la medesima differenza, ancorche non continouata: & così degl'altri, fin che verremo alli tre numeri di mezzo 19.23.27. li quali hanno la medesima differenza: Onde per quello, che poco fa hauemo insegnato, sarà la somma delli estremi 19. & 27. vguale al poppio del numero di mezzo 23. La medesima ragione è in tutte l'altre progressioni Aritmetiche di questa sorte.

Proprietà della progressione Aritmeti-

Dalla seconda proprietà ancora si caua, che in ogni progressione Aritmetica, della quale il numero de i termini è paro, cioè, che ha 4. termini, ò 10. ò 18. &c. la somma delli estremi sarà vguale

a qual

a qual si voglia somma di qualunque due numeri di mezzo vgualmente distanti dalli estremi, come qui è manifesto.

ca di qual si voglia termini, se il numero dei termini sarà paro.

3. 7. 11. 15. 19. 23. 27. 31. 35. 39.

Il che prouaremo, come prima, eccettuando solo questo, che nell'vltimo luogo s'hanno da pigliare i quattro numeri di mezzo, 15. 19. 23. 27. & non solamente tre come prima, perche quì non è vn solo numero di mezzo, ma due. Hora seguono alcune regole appartenenti alle progressioni Aritmetiche.

REGOLA I.

SE in qual si voglia progressione Aritmetica sarà conosciuto il numero de i termini, insieme co'l minore, & maggiore estremo, cioè co'l primo, & vltimo numero, verremo in cognitione della somma di tutti i termini in questo modo. Aggiõgasi il primo termine all'vltimo, & la somma si moltiplichi per il num. delli termini. Imperoche la metà del numero prodotto sarà la somma di tutti i termini. Come in questa progressione.

La somma di qual si voglia progressione Aritmetica, in che modo si ritroui.

4. 7. 10. 13. 16. 19. 22. 25. 28. 31. 34. 37.

Dal 4. & 37. fanno 41. che moltiplicati per il numero delli termini, cioè, per 12. (perche sono 12. numeri in questa progressione) fanno 492. La metà di questo num. cioè 246. è la somma di tutti i termini della data progressione. Et la medesima ragione è in tutte l'altre.

Questa regola da alcuni si diuide in due parti; in

La somma di qual si voglia progressione Aritmetica, in che modo altrimente si ritroui.

in questo modo. Quando il numero de i termini è paro, moltiplicano la somma del primo, & vltimo termine per la metà del numero delli termini. Ma se il numero de i termini è disparo, moltiplicano la metà della somma del primo, & vltimo termine (perche quando il numero delli termini è disparo, sempre quella somma è numero paro,) per il nnmero delli termini. Perche in questo modo sempre si produce la somma di tutti li numeri della progressione. Ouero in queno modo. Quando la somma del primo, & vltimo termine è numero paro, moltiplicano la metà di quella per il numero delli termini, ò che sia paro ò disparo. Ma se quella somma è numero dispàro, moltiplicano quella per la metà del numero de i termini il qual num. all'hora sempre è paro. Come nell'essempio di sopra, perche il numero de i termini è paro, cioè 12. Ouero perche la somma del primo termine,& vltimo ènumero disparo, cioè 41. moltiplicano quella per 6. cioè per la metà del numero de i termini, & fanno la somma di tutti li numeri 246. come prima. Ma in queste due progressioni, nella prima delle quali il numero de i termini è paro, cioè 10. & nell'altra disparo, cioè 11. perche la somma del primo termine,& vltimo è numero paro, cioè 42. nella prima progressione, & nella seconda 38. moltiplicano tanto la metà di quella somma.

3.7.11.15.19.23.27.31.35.39.
4.7.10.13.16.19.22.25.28.31.34.

Cioè 21. per 10. cioè per il numero de i termini, quanto la metà di questa somma, cioè 19. per 11. cioè, per il num. de i termini. Et così nella prima progressione fanno la sōma 210. & nell'altra 209.

La

La ragione di queste regole è questa. Perche hauemo detto, che quando il numero de i termimini è paro, la somma delli estremi essere vguale à qual si voglia somma di due numeri di mezzo, quali tù vuoi, pur che siano vgualmente distanti dalli estremi, seguita, che tutte le somme insieme siano tante, quante vnità sono nella meta del numero de i termini. Onde se vna somma di quelle, cioè, la somma delli estremi, si moltiplicarà per la metà del numero de i termini, si produrrà la somma di tutte le somme. In oltre, perche hauemo insegnato, che quando il numero de i termini è disparo, la somma delli estremi esser vguale a qual ti piace somma di qual si voglia due numeri di mezzo distanti vgualmente dalli estremi, & di più al doppio del numero di mezzo; seguita, che il numero di mezzo sia la metà di qual si voglia somma. Adunque tutte le somme insieme co'l numero di mezzo conterranno tante mezze parti di vna somma, quanti sono li termini della progressione. Se adunque la metà di vna somma, cioè, la metà della somma delli estremi, si moltiplicarà per il numero de i termini, si produrrà la somma di tutti i termini.

Si che, come vedi basta che si conosca il primo termine, & l'vltimo, insieme co'l numero de i termini, per cauar la somma di tutta la progressione Aritmetica, ancorche non si sappino li termini di mezzo. Ma in che modo dalla cognitione del primo numero, insieme co'l numero de i termini, & dalla differenza della progressione si ritroui l'vltimo termine, lo dichiararemo nella seguente regola.

Hora nella progressione naturale delli numeri che comincia da 1. breuissimamente si trouarà la sõma di tutti li termini in questo modo; Si moltipli- *Modo particolare di ritrouare*

S

La somma della progressione naturale delli numeri.

tiplichi l'vltimo numero (il quale sempre dimostra il numero de i termini. Perche tanti termini sono, quante vnità nell'vltimo numero si contengono) per il numero prossimo maggiore. Perche la metà di questo numero prodotto è la somma di tutti li termini. Come quì.

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.11.

Il numero delli termini della progressione naturale è vn' vltimo termine.

Dalla moltiplicatione dell'vltimo num. 11. per 12. che è il numero prossimo maggiore del 11. si produce il numero 132. la metà del quale, cioè 66. è la somma di tutta la progressione. Così ancora in questa progressione.

1.2.3.4.5.6.7.8.9.10.

Dalla moltiplicatione dell'vltimo num. 10. per 11. che è il numero prossimo maggiore del 10. si fa il numero 110. la metà del quale, cioè, 55. è la somma di tutta la progressione.

Di modo, che se alcuno vorrà la somma della progressione naturale, che si termini in qual si voglia numero determinato, come dire, in 100. cioè, nella quale siano 100. termini, s'hauerà da moltiplicare l'vltimo numero proposto, nel quale si dice finirsi la progressione, come quì il num. 100. per il numero prossimo maggiore come quì per 101. Imperoche la metà del num. prodotto, la quale in nostro essempio è 5050. (poiche'l numero prodotto è 10100.) sarà la somma di tutta la progressione. Et la medesima ragione è nell'altre progressioni naturali, che terminano in altri numeri.

Altri diuidono questa regola ancora in due, in questo modo. Se l'vltimo numero è paro moltiplica-

picano il num. prossimo maggiore per la metà dell'vltimo numero. Ma se è disparo, moltiplicano quello nella metà del numero prossimo maggiore. Perche in questo modo sempre si produce la somma di tutti i numeri della progressione. Come nella seconda progressione naturale di sopra moltiplicano 11. che è il numero prossimo maggiore dell'vltimo numero, per 5. cioè, per la metà dell'vltimo numero, & fanno 55. che è la somma di tutta la progressione, come prima. Ma nella prima progressione naturale di sopra, moltiplicano 11. cioè l'vltimo numero, per 6. cioè, per la metà del numero prossimo maggiore dell'vltimo numero, & fanno 66. cioè, la somma di tutta la progressione, come prima.

Altro modo di ritrouare la somma della progressione naturale delli numeri.

Nella progressione ancora delli numeri dispari, che comincia dall'vno con poca fatica si ritrouarà la somma di tutti li termini, che se si moltiplicarà il numero de i termini in se stesso. Come quì.

Particolar modo di ritrouare la somma delli numeri dispari.

1.3.5.7.9.11. 13.15.17.19.

Dalla moltiplicatione di 10. che è il numero de i termini, in se stesso si fa il num. 100. che è la somma di tutta la progressione.

Ma il numero de i termini facilmente s'hauerà se all'vltimo numero si aggiongerà 1. & si pigliarà la metà del num. composto. Come nel dato essempio, se s'aggiongerà 1. à 19. si farà il num. 20. la metà del quale, che è 10. mostra il numero de i termini essere dieci.

Il numero nella progressione delli numeri dispari, in che modo si ritroui.

Si che, se alcuno vorrà la somma della progressione de i numeri dispari, che si termini in qual si voglia numero disparo proposto, come dire, in 67. s'hauerà d'aggiongere 1. al dato numero,

che qui è 67. perche la metà del num. proposto, la qual nel nostro essempio è 34.(atteso,che il numero composto è 68.) sarà il numero de i termini della progressione proposta. Il quale in se moltiplicato, produrrà la somma di quella progressione. Come nel dato essempio, doue il numero de i termini è 34. se si moltiplicarà 34. in se stesso, si farà il numero 1156. che è la somma di quella progressione. Et così nell' altre progressioni di numeri dispari, che terminano in altri numeri.

Particolar modo di ritrouar la somma delli numeri pari.

Il numero delli termini nella progressione delli numeri pari, in che modo si ritroui.

Finalmente nella progressione delli numeri pari, che comincia da 2. senza fatica alcuna si ritrouarà ancora la somma, se la mettà dell'vltimo num. la quale sempre mostra il numero delli termini della progressione di quelli num. pari, quāte sono l'vnità nella metà dell' vltimo termine, si moltiplicarà per il numero prossimo maggiore di quella metà. Come quì.

2.4.6.8.10.12.14.16.18.20.22.24.

Dalla moltiplicatione di 12.(Il qual numero è la metà dell'vltimo termine, ouero il num. de i termini)per 13.che è il numero prossimo maggiore di quella metà, ouero di quel numero de i termini, si fa il num. 156. cioè la somma di tutti quelli numeri pari.

Onde se alcuno vorrà la somma della progressione delli numeri pari, che si termini in qual si voglia numero paro, come dire, in 100. s' hauerà da moltiplicare la metà dell' vltimo numero proposto, la quale nel nostro essempio è 50. per il num. prossimo maggiore di quella metà, il quale quì è 51. perche il prodotto numero, che quì è 2550. sarà la somma di quella progressione;

& il num. de i termini sarà 50. cioè, la metà dell' vltimo num. 100. nel quale si dice finirsi la progressione. Et così dell'altre progressioni de i numeri, che terminano in altri numeri.

REGOLA II.

SE in qual si voglia progressione Aritmetica sarà noto il numero de i termini, insieme co'l primo termine, & la differenza della progressione, ritrouaremo l'vltimo termine, ancorche non habbiamo li termini di mezzo, in questo modo. Dal numero de i termini si leui vno, & quello che resta, si moltiplichi per la differenza, & vltimamente à questo prodotto s'aggionga il primo termine. Perche il numero composto sarà l'vltimo termine. Come se il primo termine di alcuna progressione sia 3. & il numero de i termini sia 10. & la differenza 8. conosceremo il decimo termine, cioè l'vltimo di questa progressione, senza quelli di mezzo, in questo modo. Dal numero de i termini, che è 10. leuaremo 1. & moltiplicaremo il numero 9. che rimane per 8. cioè, per la differenza della progressione, & finalmente al prodotto numero 72. aggiongeremo 3. cioè, il primo termine. Perche il numero composto 75. è il decimo termine della progressione, della quale il primo termine è 3. & la differenza 8. come quì si vede, doue si pongono tutti li termini.

L'vltimo termine di qual si voglia progressione Aritmetica, in che modo si caui dal numero delli termini insieme cō il primo termine, & la differenza della progressione.

3.11.19.27.35.43.51.59.67.75.

Adunque se alcuno proporrà questa questione Augia. (che fù vn certo Rè del Peloponneso, che hoggi si dice Morea) essendo domandato

Questione delli buoui di Augia.

da Hercole del numero de i buoui, che haueua, rispose: tutti li suoi buoui per 40. luoghi così essere distribuiti, che quante volte nel primo luogo si contengono 3. buoui, tante volte nel secōdo siano 5. nel terzo 7. nel quarto 9. &c. Andò Hercole al primo luogo, & ritrouò buoui 30. Adunque quanti buoui haueua Augia, & quanti buoui furono nell'vltimo luogo? Si sciorrà questa questione in questo modo. Perche nel primo luogo sono dieci volte 3. buoui, saranno per tanto del secondo luogo dieci volte 5. cioè 50. & nel terzo dieci volte 7. cioè 70. & così di mano in mano, si che si constituisca vna progressione Aritmetica, della quale il primo termine sia 30. & la differenza 20. & il num. de i termini 40. S'hauerà adunque da cercare l'vltimo numero in questo modo. Da 40. che è il numero de i termini, si leui 1. & il numero 39. che resta, si moltiplichi per 20. cioè, per la differenza, & al numero prodotto 780. s'aggionga il primo termine 30. Perche così si farà l' vltimo termine, ouero il quadragesimo, 810. & tanti buoui furno nell' vltimo luogo.

Hora ritrouato l'vltimo termine, s' hauera da ritrouare con quello, & co'l primo termine, insieme co'l num. de i termini, per la prima regola, la somma di tutta la progressione, in questo modo. Il primo termine 30. s'aggionga all' vltimo termine 810. & il numero composto 480. si moltiplichi per 20. cioè, per la metà del numero de i termini. Imperoche il num. prodotto 16800. è la somma di tutta la progressione; & conseguentemente il numero delli buoui di Augia. Ma acciò si vegga, quanti buoui furno in ciascun luogo, & perciò nell' vltimo luogo essere stati 810. hauemo posto quì tutta la progressione.

30.

30.50.70.90.110.130.150.170.190.210.230.
250.270.290.310.330.350.370.390.410.430.
450.470.490.510.530.550.570.590.610.630.
650.670.690.710.730.750.770.790.810.

Simile questione sarebbe, se vno dicesse così. L'Imperatore tra 20. più valorosi Capitani distribuì li denari ritrouati nel sacco di vna Città, con questa conditione, che à quello, che era stato l'vltimo à salire le mura dell'inimici, diede 100. scudi, al penultimo 130. all' antepenultimo 160. & così di mano in mano nel medesimo modo seguitando. Quãto adunque fù la somma delli denari, & quanto n'hebbe quello, che fù il primo à salire il muro? Imperoche se da 20. cioè, dal num. de i termini (perche tanti sono li termini in questa progressione, quanti sono li Capitani) leuarai 1. & il numero che resta, moltiplicarà per 30, cioè, per la differenza della progressione, & al numero prodotto 570. aggiongerai il primo numero cioè, 100. farai 670. per l'vltimo temine della progressione: & tanti scudi hebbe il primo Capitano. Hora ritrouato l'vltimo termine, se à quello s'aggiongerà il primo, cioè 100. acciò si faccino 770. & questo numero si moltiplicarà per 10. cioè, per la metà del numero de i termini, si farà la somma di tutti i termini 7700. Adunque tanta fù la somma delli denari distribuiti. Ma tutta la progressione così starà. *Questione de i Capitani.*

100.130.160.190.220.250.280.310.340.370.
400.430.460.490.520.550.580.610.640.670.

DELLE PROGRESSIONI GEOMETRICHE.

Cap. XXV.

Progressione Geometrica, che cosa sia.

PROGRESSIONE Geometrica, è vn ordine di più numeri, che si vanno l'vn l'altro auãzando ordinatamente con la medesima proportione. Come quì si vede.

1.2.4.8.16.32.64.128.256.512.1024.2048.&c.

1.3.9.27.81.243.729.2187.6561.19683.&c.

3.6.12.24.48.96.192.384.768.1536.&c.

Imperoche la prima di queste progressioni và caminando per la proportione dupla, si che ciaschedun num. sia due volte maggiore del numero prossimo precedente: Et la seconda procede per la proportione tripla; si che ciaschedun numero sia triplo à quello, che più vicino li và auanti; & l'vna, & l'altra di queste progressioni comincia dall' 1. Finalmente la terza progressione seguita ancora per la proportione dupla, non piglia però principio dall'1. ma dal 3.

La progressione Geometrica in che modo si continui.

Il Denominatore della propor.

Si continoua ciascheduna progressione Geometrica verso li numeri maggiori, così moltiplicati per il Denominatore della proportione quel numero, doppo il quale la progressione si deue estendere, & cõtinuare. Come se questa progressione della proportione tripla 4. 12. 36. s'habbia da cõtinuare doppo 36. moltiplicaremo l'vltimo nume-

num. 36. per il Denominatore 3. della proportione, (il qual Denominatore ritrouaremo co'l diuidere il secondo numero per il primo, ouero qual si voglia altro per il prossimo minore nella medesima progressione) faremo 108. che sarà il quarto num. della progressione. Il quale di nuouo moltiplicaremo per 3. e produrremo 324. cioè, il quinto numero della progressione; & così si procederà di mano in mano in infinito. Così ancora se alcuno vorrà cominciare la progressione dal 7. & seguitare per la proportione quintupla, il Denominatore della quale è 5. s'hauerà da moltiplicare 7. per 5. per fare 35. per il secondo num. della progressione. Et di nuouo 35. per 5. per fare 175. per il terzo num. & di più 175. per 5. per fare 875. per il quarto numero, &c. *tione nella progressione Geometrica;*

Similmẽte la progressione Geometrica si cõtinoua tornando indietro verso il minor numero, se il minor' estremo si diuiderà per il Denominatore della proportione. Come se quella progressione 64. 128. 256. 512. s'hauera da continouare verso li minori numeri, partiremo il minor' estremo 64. per 2. (atteso, che il Denominatore della proportione sia 2.) & faremo 32. Il qual num. di nuouo partiremo per 2. & ritroraremo 16. & così di mano in mano in infinito, come in questo essempio si vede.

512. 256. 128. 64. 32. 16. 8. 4. 2. 1. $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{16}$. &c.

E mai sarà fine in questo sminuire, ò scemare nella progressione Geometrica. Così ancora se alcuno vorrà incominciare la progressione da 200. & andare verso l'vnità per la proportione sesquialtera, il Denominatore della quale è 2 $\frac{1}{2}$. diuideremo 100. per 1 $\frac{1}{2}$. per fare 66 $\frac{2}{3}$. per il secõdo nume- *La progressione Geometrica si diminuisce in infinito.*

numero della progressione. Il quale di nuouo partiremo per $1\frac{1}{2}$. acciò facciamo $44\frac{4}{9}$. per il terzo numero, &c.

Proprietà della progressione Geometrica di tre termini.

E proprio della progressione Geometrica di tre numeri, che il numero, il qual si produce dal primo numero nel terzo, sia vguale al numero, che si fa dal numero di mezzo moltiplicato in se stesso. Come quì si vede, 3.9.27. & si dimostra di Euclide nella propositione 20. del lib. 7.

Ma dalla progressione Geometrica di quattro numeri è proprio, che il numero, che si fa dalla moltiplicatione del primo numero del quarto, sia vguale al numero, che si produce dal secondo nel terzo. Come quì si vede, 2.6. 18. 54. & si dimostra da Euclide nella propositione 19. del lib. 5. Et questo non solo è vero in quattro numeri continouamente, & senza interuallo proportionali, come sono li quattro numeri del dato essempio, ma ancora in quattro, che non siano continouamente, ma interrottamente proportionali, pur che sia la medesima proportione del secondo al primo, che è del quarto al terzo, come quì si vede, 3.6.10.20.

Proprietà della progressione Geometrica di quanti si voglia termini se il numero de i termini sarà disparo.

Da queste proprietà si raccoglie, che in ogni progressione Geometrica, della quale il numero de i termini è disparo, cioè, che à 3. termini, ò 5. ò 9. &c. il numero, che si fà dalla moltiplicatione delli estremi trà di loro, sarà vguale al numero, che si produce dalla moltiplicatione di qual si voglia due numeri di mezzo vgualmente distanti dalli estremi, & di più al numero, che si fa dà quello di mezzo in se stesso moltiplicato. Come quì si vede.

3.6.12.24.48.96.192.384.768.

Im-

Imperoche essendo, che questi quattro numeri 3.6.384.768. habbino vna medesima proportione, ancor che non sia continoua, sarà per tanto per quello, che poco fa hauemo detto, il numero, che si fà dal 3. nel 768. vguale a quello, che si fa dal 6. nel 384. Per la medesima ragione il nu. che si fa dal 6. in 384. sarà vguale a quello, che si produce dal 12. nel 192. per hauere questi quattro nu. 6. 12. 192. 384. vna medesima proportione, ancorche non continoua, & così de gl'altri se saranno più, fin che veniamo alli tre di mezzo 24.48.96. li quali hãno vna medesima proportione. Onde per quello, che poco fa hauemo insegnato, il nu. prodotto dal primo nel terzo sarà vguale al numero, che si produce da quello di mezzo in se stesso moltiplicato. La medesima ragione è in tutte l'altre progressioni Geometriche di questa sorte.

Proprietà della progressione Geometrica di quãtisi voglia termini, se il numero de i termini sarà paro.

Della seconda proprietà si caua ancora, che in ogni progressione Geometrica, della qualle il num. de i termini è paro, cioè, che hà 4. termini, ò 8. ò 100. &c. il numero prodotto dalla moltiplicatione delli estremi tra di loro, sarà vguale al numero, che si produce dalla moltiplicatione di qual si voglia due numeri di mezzo vgualmente distanti dall'estremi tra di loro. Come qui è manifesto.

3. 6. 12. 24. 48. 96. 192 384.

Il che prouaremo, come prima, eccettuando solamente questo, che nell'vltimo luogo s'hanno da pigliare i quattro numeri di mezzo, 12. 24. 48. 96. & non solamente tre, come prima. Perche qui non è solo vn numero di mezzo, ma due. Hora seguitano alcune regole appartenenti alle progressioni Geometriche.

R E-

REGOLA I.

SE in qualſivoglia progreſſione Geometrica ſarà conoſciuto il Denominatore della proportione, inſieme con il minore, & maggiore eſtremo, cioè, con il primo, & vltimo numero, verremo in cognitione della ſomma di tutti i termini, in queſto modo. Leuiſi il primo termine dall'vltimo, & il num. che reſta, ſi diuida per il num. che ſia d'vna vnità minore del Denominatore. Perche ſe al Quotiente s'aggiongerà l'vltimo termine, ouero il maggiore eſtremo, ſi cõporrà la sõma di tutti i termini. Come in queſta progreſſione.

La ſomma di qual ſi voglia progreſſione Geometrica, in che modo ſi ritroui.

3.12.48.192.768.3072.12288.49152.

Leuato il 3. dal 49152. rimane 49149. Et perche il Denominatore della proportione quadrupla, che hanno li numeri della data progreſſione, è 4. diuideremo 49149. per 3. & al Quotiente 16383. aggiongeremo l'vltimo termine, ò il maggiore eſtremo 49152. & faremo la ſomma di tutta la progreſſione 65535. Così ancora.

$4.\ 6.\ 9.\ 13\frac{1}{2}.\ 20\frac{1}{4}.\ 30\frac{3}{8}.\ 45\frac{9}{16}.$

Leuato il 4. dal $45\frac{9}{16}$. reſterà $41\frac{9}{16}$. il qual num. ſe ſi diuiderà per $\frac{1}{2}$. (Perche $1\frac{1}{2}$. è il Denominatore della proportione ſeſquialtera, che hanno li num. di queſta progreſſione, & leuato 1. rimane $\frac{1}{2}$.) ſi farà il Quotiente $83\frac{1}{8}$. al quale ſe s'aggiongerà l'vltimo num. ouero il maggior'eſtremo $45\frac{9}{16}$. ſi farà la ſomma di tutta la progreſſione $128\frac{11}{16}$. Et nel medeſimo modo ritrouaremo la sõma di qual ſi voglia altra progreſſione Geometrica.

Si

Si che, come tù vedi, basta, che si conosca il primo termine,& l'vltimo,insieme co'l Denominatore della proportione, per ritrouare la somma di tutta la progressione,ancorche non si sappiano li termini di mezzo. Ma in che modo possiamo venire in cognitione dell'vltimo termine, ancorche non si continoui tutta la progressione, lo dichiararemo nella seguente seconda regola. *Particolar modo di ritrouare la sōma della progressione della proportione dupla, della quale il principio è 1.*

Nella progressione però Geometrica della proportione dupla,della quale il principio è 1. facilissimamente si ritrouarà la somma di tutta la progressione di quanti si voglia termini, se l'vltimo termine si adoppierà, cioè, si moltiplicarà per 2. & dal numero così doppiato se ne cauerà 1. Come quì. *Nella progressione, della proportione dupla, che comincia dall' 1. ciascheduñ numero leuata prima l'vnità, e la sōma di tutti li numeri antecedenti.*

1.2.4.8.16.32.64.128.256.512.

Se l'vltimo termine 512. si radoppiarà, & dal doppiato 1024. se ne leuarà 1. se n'hauerà la somma di tutta la progressione, 1023.

Dal che seguita, che qual si voglia numero in questa sorte di progressione, leuando prima vna vnità, sia la somma di tutti li termini precedenti conciosia, che ciascuno termine sia doppio del numero prossimo precedente.

REGOLA II.

IN ogni progressione Geometrica, che comincia dall'1. qual si voglia numero moltiplicando se stesso produce il numero, che stà tanto lontano da quello, quanto esso stà lōtano dall'vnità. Et qual si voglia numero moltiplicando vn'altro maggiore, qualunque si sia, produce il num. che stà tanto lontano da quello maggiore, quanto esso *Se nella progressione Geometrica che comincia dall'1. alcun numer. mol-*

plica se stesso, ouero altro num. che luogo occupi il numero prodotto.

esso minore stà lontano dall'vnità. Questa regola chiarissimamente si caua dalla propositione 11. del libro 8. di Euclide, si come nel scolio della medesima propositione hauemo dichiarato. Come in questa progressione della proportione dupla.

1.2.4.8.16.32.64.128.256.516.1024.

Se il numero 16. che tiene il quinto luogo doppo l'vnità, si moltiplicarà in se stesso, si produrrà il numero 256. che ancora tiene il quinto luogo doppo il numero 16. cioè, il nono nella progressione. Così ancora, se il num. 32. che occupa il sesto luogo doppo l'vnità, si moltiplicarà in se stesso, si produrrà il numero 1024. che tiene ancora se stesso luogo doppo 32. cioè, l'vndecimo nella progressione. Di più il numero 8. nel quarto luogo moltiplicando il numero 64. produce il numero 512. da douersi porre nel quarto luogo doppo il numero 64.

Ciaschedun num. nella progressione Geometrica, che comincia dall' 1. moltiplicando se stesso produce il numero da douersi porre nel luogo doppio mag-

Di modo, che si potrà di quà cauare questa regola. Se nella progressione Geometrica, della quale il principio è 1. qualunque numero, che occupi qual si voglia luogo, moltiplicarà se stesso, si produrrà vn numero da porsi nel luogo doppio maggiore, manco di vn'vnità, che non è il luogo del numero moltiplicato. Come se il numero, che moltiplica se stesso, occupa il terzo luogo, si farà il numero da scriuersi nel quinto luogo: Et se occupa il settimo luogo, si produrrà il numero da porsi nel terzodecimo luogo, &c. Il che chiaramente è stato dimostrato nella superiore progressione della proportione dupla, & l'istesso ancora manifestissimamente si vede in questa progressione della proportione quadrupla.

1.4.16.64.256.1024.4096.16384.65636.

Perche se il numero 64. posto nel quarto luogo moltiplicarà se stesso, farà il numero 40.96. da douersi porre nel settimo luogo. Così ancora il numero 256. che occupa il quinto luogo, moltiplicando se stesso, produce il numero 65536. da porsi nel nono luogo.

giore m... co d' vn'vnità del numero, che moltiplica.

Ma acciò si sappia più facilmente in qual luogo qualsi voglia num. prodotto si deue collocare, s'hauerà da scriuere la progressione naturale de i numeri sotto la progressione Geometrica proposta, con quest'ordine. Sotto 1. cioè, sotto il primo num. si scriua 0. sotto il secondo numero si ponga 1. sotto il terzo 2. sotto il quarto 3. & così di mano in mano, come è stato fatto in queste progressioni della proportione dupla.

La progressione naturale delli num. in che modo dimostri, in qual luogo ciaschedun num. prodotto si habbia da porre nella progressione Geometrica, che comincia dall'1.

1.	2.	4.	8.	16.	32.	64.	128.	256.	512.	1024.	2048.
0.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.	11.

Perche ciaschedun numero della progressione Geometrica moltiplicando se stesso produce il numero da porsi sopra quel numero della progressione naturale de i numeri, che è doppio di quello, che si scriue sotto il numero, che moltiplica se stesso. Et qual si voglia num. moltiplicando vn'altro qual si voglia, produce il num. da porsi sopra quel num. della progressione naturale de i numeri, che risulta della somma di due numeri, li quali sono posti sotto li due numeri moltiplicanti. Come se il numero 32. si moltiplichi in se stesso, produrrassi il numero 1024. da porsi sopra il 10. per essere il numero 10. doppio del numero 5. il quale si scriue sotto il num. 32. Di più, dalla mol-

moltiplicatione del 8. nel 256. si produrrà il numero 2048. che si hà da porre sopra 11. Imperoche il num. 11. si compone dal 3. & 8. li quali numeri son scritti sotto l'8. & 256.

Et perche quante vnità sono qual si voglia numero della progressione naturale dei numeri, tal luogo, & vn di più nella progression Geometrica, occupa il numero sopra quello posto, come chiaramente si vede nel superiore essempio, facilmẽte ritrouaremo il numero di qual si voglia luogo nella progressione Geometrica, ancorche non scriuiamo tutti li numeri di mezzo. Come per essempio, s'habbia da ritrouare il numero, che s'ha da porre nel vigesimo luogo della sopradetta progressione. Prima scriuo quattro, ouero più numeri della progressione, insieme con la progressione naturale. Come tù vedi quì.

In che modo si ritroui il num. di qual si voglia luogo nella progressione Geometrica, che comincia dall' 1. sẽza il termine di mezzo.

1.2.4.8.16.32.64.
0.1.2. 3. 4. 5. 6.

Doppo moltiplico, verbi gratia, 8. in se, & fò 64. che è il num. del settimo luogo, cioè, sotto il qual è posto il numero 6. d'vna vnità minore del numero de i sette luoghi: atteso, che il numero 3. sotto l'8. doppiatto faccia 6. Che se moltiplicaremo 8. in 64. faremo il numero 512. del decimo luogo, cioè, sotto il quale si scriuerebbe il num. 9. d'vna vnità minore del numero de i dieci luoghi atteso, che li numeri 3. & 6. sotto il quarto, & il settimo luogo faccino 9. Di nuouo se il num. 512. del decimo luogo, sotto il quale si pone il num. 9. moltiplicaremo in se stesso, produrremo il numero 262144. che s'hà da scriuere nel decimo nono luogo, cioè, sotto il quale si porrebbe il numero 18. d'vna vnità minore del numero

de i

de i dicinoue luoghi; atteso, che il numero 9. sotto il decimo luogo, doppiato faccia 18. Hora perche dal 18. il qual numero si scriue sotto il decimonono luogo, & dall'1. che sotto il secondo luogo si pone, si fà 19. se moltiplicaremo il numero 2. posto sopra l'1. per il numero 162144. posto sopra 18. faremo il numero 524288. che hà da scriuere nel vigesimo luogo, cioè, sott'il quale si pone il numero 19. composto dal 18. & 1.

Di più, se alcuno vorrà nella medesima progressione il numero, che, s'ha da porre nel luogo decimo ottauo, moltiplicaremo 32. sotto il quale si pone 5. in se stesso, & produrremo il numero 1024. che s'ha da scriuere nell'vndecimo luogo, sotto il qual numero si pone il numero 10. che è doppio del numero 5. Et perche dal 10. il qual numero si pone sotto l' vndecimo luogo, & dal 6. che si pone sotto il settimo luogo si fa 16. il qual numero si scriue sotto il decimo settimo luogo; se il numero 64. del settimo luogo moltiplicaremo per il numero 1024. dell' vndecimo luogo, produrremo il numero 65536. del decimosettimo luogo. Finalmente perche dal 16. il qual numero si pone sotto il decimo settimo luogo, & dall'1. che si pone sotto il secondo luogo, si fa il numero 17. che si scriue sotto il decimo ottauo luogo; se moltiplicaremo il num. 65536. del decimosettimo luogo già ritrouato per il numero 2. dal secondo luogo, faremo il num. 131072. che s'ha da scriuere nel decimoottauo luogo, cioè, sotto il quale si pone il num. 17.

Tutte quel le cose, che sono state dette in questa regola della pro-

Tutte queste cose quadrano ancora, & si verificano in qual si voglia progressione Geometrica, che non comincia dall'1. ma da qual si voglia altro numero, purche ciaschedun num. dalla moltiplicatione prodotto, diuidiamo per il primo

T nume-

Così parimente (acciò poniamo ancora vn'essempio in vn' altra progressione) in questa progressione della proportione settupla.

2. 14. 98. 686. 482. 33614. 235298.
0. 1. 2. 3. 4. 5. 6.

1647086. 11529602. 80707214.
7. 8. 9.

Se il numero 4802. che tiene il quinto luogo doppo il primo, si moltiplicarà in se stesso, produrassi il numero 23059204. il qual partito per il primo num. cioè, per 2. ci darà il Quotiente 11520902. da porsi nel quinto luogo doppo il num. 4802. cioè, nel nono luogo ; sotto il quale si pone il numero 8. che è doppio del numero 4. posto sotto il numero 4802. motiplicato. Così ancora, se il numero 98. del terzo luogo si moltiplicarà per il num. 1647086. & il num. prodotto 161414428. si diuiderà per il primo numero 2. si farà il Quotiente 80707214. da scriuersi nel terzo luogo doppo il numero 1647086. cioè, nel luogo decimo, sotto il quale si pone il numero 9. composto dal 2. posto sotto il 98. & dal 7. posto sotto il 1647086. &c.

Da queste cose facilmente ritrouaremo il numero di ciascun luogo. Imperoché se nella prima progressione s' hauerà da trouare il num. che si deue porre nel trigesimo luogo, moltiplicaremo il num. 5120. in se stesso per fare 26214400. il qual numero partito per 5. farà il Quotiente 5242880. da porsi nel luogo vigesimo primo, cioè, il quale auanza d'vna vnità il numero 20. che è doppio del num. 10. posto sotto il 5120. in se moltiplicato, & che si pone sotto il vigesimo primo

In che modo il numero di qual si voglia luogo si ritroui nella progressione Geometrica, che cominci da qual si vo.

primo luogo. Et perche 20 & 9. fanno 29. se moltiplicaremo il numero ritrouato 5242880. del vigesimo primo luogo, sotto il quale si pone il numero 20. per 2560. sotto il quale si scriue il numero 9. faremo vn numero, che partito per 5. farà il Quotiente 268435456o. da porsi nel trigesimo luogo, cioè, il quale auanza d' vna vnità quel numero composto 29.

glia numero senza li numeri di mezzo.

Vedi adunque, che posiamo ritrouare il numero estremo di qual si voglia progressione Geometrica, ancorche non si scriuono tutti li numeri di mezzo di quella progressione, con più operationi, però che nō habbiamo fatto di sopra nella seconda regola delle progressioni Aritmetiche.

Ma perche nella prima regola delle progressioni Geometriche habbiamo detto, che qual si voglia numero della progressione Geometrica, della proportione dupla, che comincia dall' 1. leuata prima l' vnità da quello, è la somma di tutti li num. precedenti; & in questa seconda regola habbiamo insegnato, che qualūque numero della progressione Geometrica, che comincia dall' 1. moltiplicando se stesso, produce vn num. da porsi nel luogo doppio maggiore, manco d' vna vnità, che non è il luogo del numero moltiplicato in se stesso; seguita, che se si aggiongerà 1. alla somma di quanti numeri tù vuoi della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia dall' 1. & la somma si moltiplicarà in se stessa, si produrà, leuata prima vna vnità dal prodotto, la somma di due volte più numeri della medesima progressione. Perche la prima somma aggiongendosegli l' vnità, constituisce il numero prossimo seguente nella medesima progressione, il qual numero moltiplicando se stesso, produce vn numero, che s' ha da porre nel luogo doppio mag-

La somma di quanti numeri tù vuoi della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia da 1. aggiontoli pri-

maggiore manco d'vna vnità, che non è il luogo del numero, moltiplipcato in se stesso; & perciò, leuata l'vnità, il medesimo numero sarà la somma di tutti li numeri precedenti, li quali senza dubbio sono due volte più, delli primi, delli quali è stata pigliata la somma. Come per essempio. La somma di sette termini, aggiongendogli l'vnità, fa il termine ottauo, che moltiplicato in se stesso, produce il decimoquinto termine, cioè, il numero, che s'ha da porre nel doppio maggior luogo manco d'vna vnità, che non è l'ottauo; il qual termine decimoquinto, leuandogli l'vnità, sarà senza fallo la somma delli quattordeci termini precedenti, cioè, la somma di doppio più termini, di sette, la somma delli quali fù presa. Et la medesima ragione è in tutti gl'altri termini.

ma l'vnità, se moltiplica se stessa produce vn numero, che leuata prima l'vnità è la somma di due volte più termini.

Si che alcuno breuemente desidera di ritrouare la somma di 64. termini, della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia dall'1. cioè, quanti luoghi sono a ponto nel giuoco de' scacchi, s'hauerà da pigliare prima la somma di questi quattro termini 1.2.4.8. cioè 15. Doppo aggiontagli l'vnità, s'hauerà da moltiplicare la somma 16. in se stessa. Perche se dal numero prodotto 256. si leuarà 1. restarà la somma di otto termini 255. in oltre tornando ad aggiongere l'vnita, s'hauerà da moltiplicare la somma 256. in se stessa, acciò si faccia il num. 65536. è perciò la somma di 16. termini 65536. Che se di nuouo, aggionta l'vnità, la somma 65536. si moltiplicarà in se stessa, si farà il numero.

In che modo facilmente si ritroui la somma di 64. luoghi della progressione Geometrica della proportione dupla, che comincia da 1.

1 0
4294967296.

& che poco differisce da quella misura, che li marinari d'Italia domandano Salma, staranno in vn Rubio 3456000. granella. Onde se la granel-

Quante granella di grano constituischino vn Rubio.

3 2 1 0.
18446744073709551615.
• • •

la, che si contengono in detti 64. luoghi del scacchiero, si diuideranno per le 3456000. granella, che fanno vn Rubio, ne resultano rubij, & non

2 1 0.
5337599558365.
• •

sò che di più: quanti penso a pena si possono ritrouare insieme in tutto il Mondo. Perche conciosia, che vna naue ordinaria communemente porti rubij 3000. si ricercarebbono

Quante naui si ricerchiuo à portare il grano posto nelli 64. luoghi del giuoco delli scacchi.

1 0.
1779199852.

al manco portare quel grano naui, che per caricarle ogn'vno facilmente potrà persuadersi, che a pena bastarebbe il grano di tutto il Mondo. Che se in tutto il Mondo a pena sono granella di

3 2 1 0.
18446744073709551615.
• • •

grano, molto manco vi saranno tanti quattrini, ancorche tutte le monete si riducessero a quattrini, non essendo dubbio ad alcuno, che nel mō-

do è maggior abbõdanza, & copia di grano, che di denari. Il che anco da questo si può conoscere.

Perche il scudo d'oro à Roma vale baiocchi 115. ouero quatrini 460. se li quatrini 18446744073709551615. che si contengono nelli detti 64. luoghi del scacchiero, si diuideranno per baiocchi 115. cioè, per quattrini 460 si faranno scudi d'oro, & vn poco più.

2 1 0
40101618551542503.
• • •

Et perche 100. ducati d'oro fanno 1. lib. conterransi 18000000. scudi d'oro in 1800000. libre, cioè, quante cõmodamẽte può portare vna naue ordinaria, essendo che 3000. Rubij, che caricano vna naue, faccino lib. 1800000. il qual peso auãza di grã lunga quella grand'Auguglia di pietra, che si vede in Roma appresso à S. Pietro, atteso, che quella, si come affermano gl'intelligenti di queste cose, non pesi più, che libre 1180000, anzi secondo alcuni manco, la quale nondimeno potersi a pena portare con vna naue, facilmente si persuaderà, chi bene considera la grandezza di essa. Il che voglio hauer detto, acciò nissuno pensi, che noi habbiamo dato poco ad vna naue, dandoli libre 1800000. cioè 3000. Rubij di grano, ouero 18000000. scudi d'oro. Di quì nasce, che per portare 40101617551542503. scudi d'oro, saranno necessarie 222786764. naui, & anco più. Et chi dubita, che li denari di tutto'l mondo, ancorche si riducessero à scudi d'oro, non sono tanti, che caricassero tante naui?

Quante naui si ricerchino à portare li denari posti nelli 64 luoghi delli scacchi se si riducessero à scudi d'oro.

Che se alcuno nel primo luogo porrà 1. quattrino, ouero granello, 2. nel secõdo, 6. nel terzo,

Nella progressione,

18. nel quarto, 54. nel quinto, & così di mano in mano; tal che'l numero posto in ciascun luogo sia doppio di tutti quelli insieme, che ne i luoghi precedenti sono posti. Il che all'hora s'osseruarà, quando si moltiplicarà il numero del secondo luogo per 3. & similmente il numero prodotto, & così di mano in mano. Come in questa progressione è manifesto.

della quale il primo termine è 1. il secondo 2. ma il terzo triplo del secondo, & similmente il quarto triplo del terzo, & così di mano in mano ciaschedun termine è doppio di tutti li termini precedēti.

1.2.6.18.54.162.487.1458.4374.13122.&c.

La qual cosa così si potrà dimostrare. Perche'l numero di ciaschedun luogo è doppio delli numeri posti in tutti li precedenti luoghi, conterrà necessariamente il detto numero due volte il numero del prossimo luogo precedente, & parimēte due volte li numeri di tutti gl'altri luoghi precedenti. Essendo adunque, ch'il numero del prossimo luogo precedente contenga ancora li numeri di tutti gl'altri luoghi precedenti due volte abbracciarà il detto numero tre volte il numero del prossimo luogo precedēte. Come per essēpio, perch'il num. 18. del quarto luogo è doppio di questi numeri 1.2.6. conterrà il detto numero 18. due volte il numero 6. & di più due volte li numeri 1.2. Onde essendo, che'l numero 6. sia doppio ancora delli numeri 1.2. conterrà il medesimo numero 18. due volte il numero 6. & di più vna volta, cioè, li numeri 1. 2. ancora due volte: & perciò se si moltiplicarà il numero 6. per 3. si produrrà il numero 18. del seguente luogo, il quale è tre volte tanto quanto il num. del prossimo luogo precedente, & doppio de i numeri in tutti gl'altri precedenti luoghi. Et la medesima ragione è in tutti gl'altri. Che se alcuno, dico, porrà li quattrini, ouero li grani in questo modo

5 4 3 2 1 0.
68673676405850249693156981785 62.

Che s'hà da collocare nel sessagesimoquinto luogo. Ma noi cerchiamo il numero del sessagesimo terzo, luogo, al quale il numero ritrouato del sessagesimoquinto luogo hà la proportione duplicata della tripla, cioè, non cupla, per la definitione 10. del libro 5. di Euclide, atteso, che li numeri posti nel luogo sessagesimoterzo, sessagesimoquarto, & sessagesimoquinto, hanno vna continoua proportione tripla. Per la qual cosa se partiremo il numero ritrouato per 9. ritrouaremo questo numero seguente, che s'hauerà da porre nel sessagesimoterzo luogo.

4 3 2 1 0
7630408489538916632572997976 18.

Hora leuato il primo numero 2. dal detto numero ritrouato, & il resto partito per il numero d'vna vnità minore, che'l Denominatore della proportione tripla, cioè, per 2. & finalmente aggionto il Quotiente al numero ritrouato del sessagesimoterzo luogo, si farà la somma di tutti li sessantatre luoghi, alla quale se aggiongerà l'vnità posta nel primo luogo del scacchiero, si comporrà questa somma de i 64. luoghi del detto scacchiero.

5 4 3 2 1 0
11445612734309374948859496964 27.

Ri-

Vn' altro modo di ritrouare la somma del li 64. termini, che comincino da 1. & in tal modo vadino seguitando, che ciaschedun termine sia doppio di tutti li termini precedēti.

Ritrouaremo questa medesima somma ancora così. Moltiplichisi la somma de i tre primi luoghi del scacchiero, che è 9. in se stessa, & farassi la somma 81. di due volte più luoghi, manco vno, che non sono li tre luoghi, la somma delli quali fù presa, & moltiplicata in se stessa, cioè, la somma di cinque luoghi: la quale se di nuouo si moltiplicarà in se stessa, farassi al medesimo modo la somma 6561. di noue luoghi, cioè, di due volte più luoghi, di cinque manco vno, la quale di nuouo moltiplicata in se stessa, produrrà la somma 43046721. di diecesette luoghi; & questa di nuouo moltiplicata, in se stessa farà questa somma 1853020188851841. di trentatre luoghi la quale di nuouo moltiplicata, in se stessa produrrà la somma seguente.

5 4 3 2 1 0
34336838202925124946578490892 81.

di sessantacinque luoghi. Ma noi cerchiamo solamente la somma di sessantaquattro luoghi, la quale si contiene volte nella somma ritrouata de i sessantacinque luoghi, atteso, che la somma di quanti si voglia luoghi sia tripla della somma di tutti li luoghi precedenti. Imperoche essendo il numero dell'vltimo luogo, cioè (nel detto essempio) del sessagesimoquinto, doppio delli numeri di tutti li precedenti luoghi, seguita, che aggionta la somma de i numeri di tutti li precedenti luoghi, al numero del sessagesimoquinto luogo, si faccia la somma di tutti li sessantacinque luoghi, che abbracciarà la somma delli precedenti sessantaquattro luoghi tre volte. Per il che partita la somma ritrouata per 3. ne ri-

Quanto grano si ricerchi, acciò, s'empino li 64. luoghi del giuoco delli scacchi, in tal modo però che nel primo luogho si ponghi 1. nel secon-

risultarà questa somma seguente delli sessantaquattro

5 4 3 2 1 0
114456127343083749488594996427.
. . . .

luoghi del giuoco delli scacchi, come prima.

Tutti questi grani, se si diuideranno per 3456000. che fanno vn rubio, faranno li seguenti rubij,

3 2 1 0
331180924025126589955425 $\frac{83201}{128000}$
. . . .

che per portarle, metttendo 3000. rubij per naue, saranno necessarie tutte queste naui seguenti.

3 2 1 0
110393641341708863318 $\frac{19}{45}$.
. . . .

che coprirebbono 102714380. globi composti dalla terra, & acqua. Il che così faremo chiaro. Poniamo, che il piano supremo di vna naue sia vguale ad vn quadratto, il cui lato sia di 70. palmi, di quelli, che appresso li Matematici, & Architetti sono in vso: poiche ordinariamente la longhezza della naue è di 120. palmi, & la larghezza di 40. se si riducesse ad vn parallelogrammo rettangolo. Onde ne seguita, che il piano di essa contenga palmi quadrati 4800. del qual numero la radice quadrata è quasi 70. Essendo adunque, che 5500. palmi, poco

do 2. nel terzo 6. nel quarto 18. & così di mano in mano in tal modo, che li grani del luogo seguente siano doppij di tutti li grani insieme posti nelli luoghi precedenti.

Et quante naui siano necessarie à portare quel grano.

In vn'altro modo dichiararemo questa incomprensibile moltitudine del grano, se ricercaremo, quanti globi, ouero sfere si possono fare da quelle granella, che secõdo questo vltimo modo nelli 64 luoghi del scacchiero sono contenute, delle quali sfere ciascuna sia vguale al globo di tutta la terra insieme co'l mare. Il che così si farà. Perche le granella del grano non sono tondi, pigliaremo in vece loro tante granella di coriandolo, che sono tonde, ancorche siano vn poco più piccole, delle granella del grano. Imperoche così auuerrà, che più globi terrestri si farranno dalle granella del grano, che dalle granella di coriandolo, essendo, che ce ne vadino manco di quelle, che di queste a fare vn globo, & pur ne sia tanto numero di quelle, quanto di queste nelli 64. luoghi del giuoco delli scacchi. Adunque perche 18. granella di coriandolo (si come io n'hò fatto l'esperienza) fanno la quarta parte di vn piede Geometrico, & vn poco più, potremo con ragione dire, che 70. granella messe per ordine in vna linea retta, che si tocchino l'vn l'altro, faccino la longhezza di vn piede. Onde hauendo le sfere tra di loro proportione triplicata delli loro diametri, come Euclide dimostra nella propositione 18. del lib. 12. cõterrãsi nella sfera, della quale il diametro sia vguale a vn piede Geometrico, granella di coriandolo 343000. poiche questo numero all'1. ha proportione triplicata di quella, che ha vn piede Geometrico di 70. granella all'1. come quì si vede.

1. 70. 4900. 343000.

In oltre, perche 5000. piedi Geometrici fanno vn miglio, seguita, che per la medesima ragione la sfera, della quale il diametro sia ad vn miglio vgua-

vguale,habbia alla sfera, della quale il diametro sia vguale ad vn piede,la medesima proportione, che questo numero 125000000000. ha all'1. essendo,che questo numero all'1.habbi proportione triplicata di quella, che 5000. piedi hanno all'1. come quì si vede.

1. 5000. 25000000. 125000000000.

Per la qual cosa, essendo, che la sfera, che ha il diametro d'vn piede, contenga 343000. granella di coriandolo staranno nella sfera,della quale il diametro sia vguale ad vn miglio, granella 43875000000000000.

Dipoi,perche il diametro della terra contiene miglia 7159. poniamo noi, che contenga miglia 7200. per fare la terra più grande, che non è, & consequentemente per fare minor numero di terre dalle dette granella,ch'in vero si farebbero, se pigliassero la terra nella sua propria grandezza.Imperoche di quì seguiterà,che se pare incredibile, che si facci minor numero di terre dalle dette granella,ponendo la terra più grande, che non è,molto più incredibile parerà, che si facci maggior numero di terre,ponendo la terra nella propria sua grandezza. Posto questo così,hauerà tutta la sfera della terra alla sfera, della quale il diametro è vguale ad vn miglio,la medesima proportione,che ha questo numero 373248000000. all'1. poi che questo numero all'1. ha proportione triplicata di quella,che hanno 7200.miglia di tutto il diametro della terra ad vn miglio, come quì è manifesto.

1. 7200. 51840000. 373248000000.

Per

Per la qual cosa, essendo, che la sfera del diametro di vn miglio, habbi 42875000000000000. granella conterrà tutto il globo della terra granella.

4 3 2 1 0
1600300800800000000000000000000.

Se adunque per questo numero partiremo il numero di tutte le granella, che si contengono in quelli 64. luoghi del giuoco delli scacchi, faremo globi della terra 71 $\frac{1}{2}$. & poco più. Tante sfere adunque, delle quali ciascheduna sia vguale à tutta la terra, composte dalle granella di coriandolo, si richiedono per potere riempire li detti 64. luoghi del scacchiero, in quel modo, c'hauemo detto, che pare incredibile.

Quāti globi vguali alla terra si farebbono del grano cōtenuto nelli 64 luoghi del scacchiero, nel modo, che detto habbiamo.

Hora se quelle granella saranno quattrini, faremo da quelli li seguenti scudi d'oro.

4 3 2 1 0
2488176681371385858584477167731.

Et perche di sopra hauemo detto, vna naue cōmodamēte portare scudi d'oro 1800000. se quelli partiremo per questo, ritrouaremo essere necessarie per portare detti denari tutte queste naui,

Quāte naui portariano li ducati d'oro fatti dalli quatrini, che empissero li 64. luoghi in quel modo ch'è stato detto delle granella del grano.

3 2 1 0
1382320378539658810324.

V che

Et quanti globi della terra, & del mare dette naui coprarionno.

che coprirebbono tante superficie della terra, & del mare, quante vnità sono in questo numero 1286162676. per amore, che di sopra hauemmo posto, che naui 1074763250002. coprino vna superficie della terra, & del mare. La qual somma di denari eccede ogni capacità d'ingegno humano.

Quanto costino 40. castella, se si venderanno in tal modo, che per il primo si paghi 1. quattrino, per il secondo 2. quattrini & per il terzo 4. &c.

Similmente se alcuno desidera sapere la sõma di 40. termini della medesima progressione della proportione dupla, s'hauerà primieramente da pigliare la somma di questi 5. termini 1. 2. 4. 8. 16 cioè, 31. Dipoi aggiontoli l'vnità si moltiplicarà la somma 32. in se stessa: perche leuata l'vnità dal num. prodotto, restarà la somma di 10. termini, 1023. Di nuouo aggiõta l'vnità, se la sõma si moltiplicarà in se stessa, & dal prodotto si leuarà l'vnità, verrà a farsi la sõma, di 20. termini 1048575. Vltimamente, aggionta di nuouo l'vnità, se la somma si moltiplicarà in se stessa, & dal prodotto si leuarà 1. rimarrà la somma di 40. termini, 1099521627775. Tanti quattrini adũque riceuerebbe vn Duca, ò Prencipe, che vendesse 40. sue Castella con questo patto, che per il primo se pagasse 1. quattrino, per il secondo 2. quattrini, per il terzo 4. & così sempre seguitando di mano in mano per la proportione dupla. Li quali quattrini tutti fanno scudi 4748779069 $\frac{1}{4}\frac{7}{9}\frac{5}{6}$. Che se cõ questi denari quel Prencipe ne comprasse entrata ferma di vn'anno, di modo, che 100. scudi guadagnassero solamente 5. scudi, (ancorche per l'ordinario guadagnino più) s'hauerebbero scudi 137438953. & baiocchi 47 $\frac{3}{1}\frac{}{7}$. l'anno: quanta entrata nissun Monarca, ò Republica mai ha hauuto. Si che per niun conto sarebbe riputato sciocco, ò balordo quel Duca, (come pare a molti poco essercitati nelle cose d'Aritmetica) che haues-

hauesse vendute le sue 40. Castella con la conditione predetta, ma oltra modo sauio, & accorto.

Vltimamente se alcuno desidera hauere speditamente la somma di 24. termini della medesima progressione, s' hauerà da pigliare prima la somma di questi tre termini 1. 2. 4. che è 7. Dipoi aggiontoli l'vnità, si moltiplicarà la somma 8. in se stessa, & dal prodotto si cauarà l'vnità, per fare la somma 63. di 6. termini. Aggiongendo di nuouo l' vnità, & moltiplicando la somma 64. in se stessa, & leuando l'vnità dal num. prodotto, s'hauerà la somma 4095. di 12. termini. Finalmente aggiongendo di nuouo l'vnità, & moltiplicando la somma in se stessa, & leuando l' vnità dal numero prodotto, risultarà la somma di 24. termini, 16777215. Di maniera, che senza ragione se ne burlarebbe di colui, che vn cauallo valoroso, che ha nelli piedi 24. chiodi, lo vendesse con questa conditione, che gli fosse pagato il primo chiodo 1. quattrino, per secondo 2. per il terzo 4. & per il quarto 8. &c. Perche riceuerebbe per il cauallo 16777215. quattrini, che fanno scudi 41943 $_{2}\frac{1}{5}$. per il qual prezzo ogn' vno volentieri darebbe il suo cauallo. Et questo poco basti hauer detto delle progressioni: perche molto più di esse scriueremo nella nostra Aritmetica più copiosa.

In qual modo breuemente si caui la somma di 24. termini della progressione Geometrica della proportione dupla, che cominci dall' 1.

Quanto costeria vn cauallo, che hà 24. chiodi nelli piedi, se così si vendesse, che per il primo chiodo si desse vn quattrino, & per il secondo & per il terzo 4. &c.



DEL MODO DI CAVARE LA RADICE QVADRATA.

Cap. XXVI.

Che cosa sia numero quadrato.

NVmero quadrato si dice, quello che si produce da qualunque num. in se stesso moltiplicato. Come è il 4. che produce dalla moltiplicatione del numero 2. & in se stesso. Così ancora il 9. essendo, che si produca dal 3. in se stesso. Di più il 2209 perche si produce dalla moltiplicatione del 47. in se stesso, &c. L'vnità ancora dalli Aritmetici si chiama num. quadrato, benche impropriamente, atteso, che dall'1. in se stesso si produca. Il num. dipoi, che in se moltiplicato produce il num. quadrato, si chiama lato, ouero radice del quadrato.

Che sia radice quadrata.

Che cosa sia cauare la radice quadrata.

Adunque cauare la radice quadrata d' alcun numero proposto, non è altro, che ritrouare vn num. che moltiplicato in se stesso produchi il numero proposto, se è quadrato, ouero se non è quadrato, facci il maggior num. quadrato contenuto in quello. Come per essempio, cauare la radice quadrata, del num. 2209. non è altro, che ritrouare il num. 47. Perche questo moltiplicato in se stesso produce il proposto num. 2209. Così ancora cauare la radice quadrata dal numero 3375. non è altro, che ritrouare il num. 58. Perche questo in se stesso moltiplicato produce il numero quadrato 3364. che è il maggiore di tutti i duadratti contenuti nel num. 3375. Imperoche il numero quadrato prossimo maggiore, del quale il lato, ouero la radice è 59. cioè, d' vnità maggiore, che 58. è 3481.

Ma

Ma primieramente si deue segnare il numero proposto, dal quale si hà da cauare la radice, con certi ponti, ponendo vn ponto sotto la prima figura dalla parte destra, ouero sopra la prima figura, & vn'altro sotto la terza figura, & vn' altro sotto la quinta figura & vn'altro soto la settima: & così di mano in mano sotto la nona, vndecima, & sotto gl'altri luoghi dispari: si che ciascun pōto habbi due figure, cioè, quella, sotto la quale è segnato il ponto, & l'altra precedente verso la parte sinistra; eccetto l'vltimo ponto dalla parte sinistra, ch'alcuna volta ha solamente vna figura, cioè, quand'il num. delle figure è disparo. Et tāte figure hauerà la radice del num. proposto, quanti ponti sono segnati. Come li seguenti numeri così si segnaranno, & la radice del primo hauerà in

In che modo si segni con li ponti, il num. del quale si cerca la radice.

Quante figure habbia la radice del numero proposto.

21178404.
• • • •

456789012.
• • • • •

tutto quattro figure. Ma la radice del secondo si scriuerà con 5. figure.

Segnato in questo modo il numero, così si cauarà la sua radice. Sotto l'vltimo ponto dalla bāda sinistra si pone la radice del maggior quadrato contenuto in quelle figure, che appartengono a quel ponto: la qual radice non può essere maggiore, di 9. Et la medesima radice si scriue dalla parte sinistra del num. proposto, doppo questa linea corua, si come dicēmo dalla diuisione delli num. intieri. Et questa radice a guisa d'vna figura Quotiente si moltiplica per la radice posta sotto il ponto a guisa d'vn partitore; & il numero prodotto li sottrae dal numero soprascritto, scancellate prima le figure, dalle quali si fa la sottrat-

In che modo la radice quadrata si caui dal dato numero.

tione, insieme con la radice notata sotto il ponto, si come hauemo insegnato nella diuisione delli numeri intieri. Ma il numero che resta, non può essere maggiore, del doppio della radice posta sotto il ponto.

Doppo questo si radoppia la radice ritrouata,& questo numero radoppiato si scriue sotto il seguente ponto con questo ordine,che prima la sua figura si ponga sotto la figura, che più vicina seguita l'vltimo ponto verso la parte destra, & l'altre,se ve ne saranno, per ordine di mano in mano,seguitando verso la sinistra, si che sotto la figura, sotto la qual si pone il seguente ponto, niente si scriua; perche quella si douerà porre la nuoua figura del Quotiente. Posto in questo modo quel numero raddoppiato,si partisce per esso il numero soprascritto, & la figura del Quotiente si scriue doppo il numero proposto dalla parte destra,& la medesima ancora sotto il ponto, per far quasi vn partitore intiero da quel numero radoppiato,con questa figura del Quotiente. Il che fatto, si moltiplica questa figura del Quotiẽte in tutto quel partitore, come nella diuisione delli intieri, & il numero prodotto si sottrae dal soprascritto numero, &c. Ma auanti,che tù scriui questa nuoua figura del Quotiente,s'hà prima da vedere,se quella moltiplicata in quel numero radoppiato, & in se stessa posta doppo quel numero radoppiato, produce vn tal numero, che si possi sottrarre dal numero soprascritto.

Di nuouo al medesimo modo si radoppia tutto il num. posto fin quì doppo questa linea corua,& il num.raddoppiato si scriue sotto il seguẽte ponto, con quell'ordine, che di sopra habbiamo dato, di modo, che di nuouo si lasci voto il ponto seguente,per porre iui la nuoua figura del

Quo-

Quotiente. Il che fatto, ſi partiſce per queſto numero raddopiato il ſopraſcritto numero, ſi piglia tal figura per il Quotiente, che moltiplicata in quel numero radoppiato, in ſe ſteſſa poſto doppo quel numero radoppiato, venga à fare vn numero.

Parimente tutto il numero poſto fin quì nel Quotiente radoppia, & ſi fanno tutte l'altre coſe, come prima, & così di mano in mano, fin che tutti li ponti ſiano ſpediti. Ma tutte queſte coſa ſi faranno più chiare con li eſſempi.

Si habbia da cauare la radice quadrata dal numero 21178404. Segnati li ponti, come è ſtato detto di ſopra, pongo ſotto l'vltimo ponto dalla parte ſiniſtra la figura 4. cioè, la radice del maggior quadrato contenuto nel ſopraſcritto num. 21. (Perche il num. quadrato di maggior radice, cioè, di 5. & 25. & quella vn'altra volta ſcriuo doppo queſta linea corua. Moltiplicando poi la figura 4. del Quotiente per la figura 4. ſotto il ponto poſta ſi fa 16. il

```
5
21178404  (46
 . . . .
486
```

qual numero leuato dal 21. ſi come habbiamo inſegnato nella diuiſione delli numeri intieri, rimane 5. Onde al ſeguente ponto apparteranno queſte tre figure 117.

Doppo radoppiata la figura 4. del Quotiente ſi fa 8. che ſcriuo ſotto 1. come vedi nell'eſſempio: & partiſco 51. per 8. & ritrouo 8. eſſer contenuto nel 51. ſei volte. Pongo adunque 6. tanto nel Quotiēte doppo il 4. quanto ſotto il ponto della figura 7. Ma moltiplicando queſta figura 6. del Quotiente per tutto il par-

```
531
21178404  (460
 . . . .
48620
  9
```

titore 86. & cauando il prodotto dal sopraposto numero 517. riman 1. Di sorte, che tutte queste tre figure 184. appartteneranno al ponto, che siegue.

Di nuouo radoppiato il Quotiente 46. fin quì ritrouato, per fare 92. scriuo 2. sotto 8. & 9. sotto 1. come vedi nell'essempio, & diuido 18. per 92. Ma perche 92. non si contiene, ne pur vna volta in 18. pongo 0. così nel Quotiente, come sotto il ponto della figura 4. & scancello tutto il portatore 920. Et così apparteneà all'vltimo ponto tutto questo numero 18404.

531
2117840 4 (4602
. . . .
486202
992

Vltimamente radoppiato il Quotiente 460. fin quì ritrouato per fare 920. scriuo 0. sotto il 0. & 2. sotto il 4. & 9. sotto l'8. come vedi nell'essempio. Ma diuidendo 1840. per 920. ritrouo questo num. in quello essere contenuto due volte. Pongo adunque la figura 2. tanto nel Quotiente, quanto sotto il ponto della prima figura 4. Ma moltiplicando questa figura 2. per tutto il pattitore 9202. & cauando il num. prodotto dal soprascritto num. resta nulla. Adunq; la radice quadrata del num. proposto è 4602. & esso num. proposto è quadrato, atteso, che niente sia auanzato doppo l'vltima sottrattione fatta.

531
21178404 (4602
. . . .
486202
992

Si habbia di più da cauare la radice quadrata dal num. 456789012. Segnati li ponti, come hauemo insegnato, scriuo sotto l'vltimo pōto dalla banda

456789012 (21
. . . . .
241

sini.

finiſtra la figura 2. cioè, la radice del maggior quadrato contenuto nel ſopraſcritto numero 4. & vn'altra volta la pongo nel Quotiẽte. Ma moltiplicando la figura 2. del Quotiente per la figura 2. ſotto il ponto, ſi fa 4. che ſottratto dal 4. riman nulla. Onde queſte due figure 56. apparteneranno al ponto ſeguente.

Radoppiata la figura 2. del Quotiente, ſi fa 4. che ſcriuo ſotto 5. laſciando il ponto ſeguente voto, per metter iui la nuoua figura del Quotiente. Ma diuidendo 5. per 4. ritrouo il Quotiente 1. che ſcriuono tanto doppo il Quotiente 2. quanto ſotto il ponto della figura 6. Et moltiplicando queſta figura 1. del Quotiente per tutto il partitore 41. & cauando il numero prodotto dal 56. riman 15. Si che al ſeguente ponto appartengono queſte quattro figure 2578.

15
456789012 (213
· · · · ·
24123
4

Dipoi radoppiato il Quotiente 21. inſino à quì ritrouato per fare 42. pongo 2. ſotto 7. & 4. ſotto 5. Ma diuidendo 157. per 42. ritrouo il Quotiente 3. il quale pongo così nel Quotiente, come ſotto il ponto della figura 8. Et moltiplicando queſta figura 3. del Quotiente per tutto il partitore 423. & ſottraendo il num. prodotto da 1578. rimãgono 309. Adunq; apparteneranno al ſeguente ponto queſte cinq; figure 30990.

30
1519
456789012 (2137
· · · · ·
2412367
442

Di nuouo radoppiato il Quotiente 213. fin quì ritrouato, per fare 426. ſcriuo 6. ſotto 9. & 2. ſotto 9. & 4. ſotto 0. Ma diuidendo 3099. per 426.

ritro.

ritrouo il Quotiẽte 7. il quale scriuo tanto nel Quotiente, quanto sotto il ponto della figura o. Et moltiplicando questa figura 7. del Quotiẽte per il partitore 4267. & leuãdo il num. prodotto da 30990. restano 1121. Onde al ponto seguente apparteneranno queste sei figure 112112.

```
        21
       3052
      151971
    4567890I2   (21272
     . . . . .
    2412367 42
      4427
        4
```

Vltimamente radoppiato il Quotiente 2137. fin hora ritrouato per fare 4294. pongo 4. sotto 1. & 7. sotto 1. & 2. sotto 2. & 4. sotto 1. Ma diuidendo 11211. per 4274. ritrouo il Quotiẽte 2. il quale scriuo così nel Quotiente, come sotto il ponto della figura 2. Et moltiplicando questa figura 2. del Quotiẽte per tutto il partitore 42742. & leuãdo il numero prodotto da 112112. auanzano 26628. Adunque il numero proposto non è quadrato, & perciò il Quotiente ritrouato 21371. non è la sua radice, ma d'vn'altro num. che è il maggior quadrato compreso nel dato num. cioè, del num. 456762384. Perche il quadrato prossimo maggiore, cioè, che hà la radice d'vna vnità maggiore della radice ritrouata 21373. fa vn numero maggiore del numero proposto.

```
          2
         136
         1186
       3052272
      151971318
    4567890I2   (21372
     . . . . . .
    241236742
       44227
         4
```

Si

Si può ancora cauare la radice quadrata per Danda, si come di sopra habbiamo insegnato a partire li numeri intieri per Danda: & è cosa sicurissima, per non intricarci, quando se ha pigliata vna figura troppo grande, ò piccola, perche non si cassano le figure. Il modo è questo. Habbiasi da cauere la radice quadrata dal numero 456789. Segnatili pôti, come detto habbiamo, pongo nel Quotiente la figura 6. cioè, la radice del maggior quadrato contenuto nell' vltimo ponto 45. & similmente scriuo 6. separatamente a mano destra, come nella diuisione fatto habbiamo co'l partitore; & moltiplico 6. del Quotiente, per il 6. separatamente posto, dicendo, 6. via 6. fanno 36. che cauo da 45. in questo modo. Cauare 6. da 5. non si può, ma insino à 10. habbiamo 4. che con 5. fanno 9. li quali scriuo sotto il 5. & ritengo nella mente 4. cioè 3. per 30. & 1. per li 10. i quali 4. cauati da 4. non lasciano niente, che il sequente ponto sarà 967.

Come si cauila radice quadrata per Danda.

	6
	127
	1345
456789 (675	
· · ·	
9	
79	
1164	

Dipoi si radoppia la figura 6. ritrouata, facendo 12. & per 12. si diuide il seguente ponto 667. lasciando però la figura 7. sotto la quale stà il pôto, dicendo 1. in 9. entra 7. volte, (imperoche l'8. sarebbe troppo) scriuo adunque sette nel Quotiente, & ancora separatamente doppo il doppio 12. Et la figura 7. moltiplico per tutto num. 127. dicendo 7. via 7. fanno 49. cauare 9. da 7. non si può, ma insino a 10. ne và 1. che con 7. fa 8. scriuo adunq; 8. sotto il 7. di tal maniera però, che stia più basso del 9. & ritengo 5. cioè 4. per li 40. & 1.

per

per li 10. Et dico 7. via 2. fanno 14. aggionti li 5. ſerbati, fanno, 19. Cauare 9. da 6. non ſi può, ma inſino a 10. ce ne và 1. che con 6. fa 7. che pongo ſotto il 6. & ritengo 2. cioè 1. per la decina delli 19. & 1. per li 10. nominati, quando diceuamo 9. inſino à 10. &c. Finalmente dico 7. via 1. fanno 7. & aggionti li 2. ſerbati, ſi fanno 9. che cauati da 9. niente laſciano; ſi che il ſeguẽte ponto ſarà 7889.

Vltimamente radoppiãdo tutta la radice 67. fin quì trouata, fò 134. Et per 134. diuido il ponto 7889. laſciãdo però la figura 9. ſopra il ponto, dicendo 1. in 7. entra 5. volte perche 6. ſarebbe troppo. Scriuo adunq; 5. nel Quotiente, & doppo il doppio 134. Et per tutto il num. 145. moltiplico 5. & dico 5. via 5. fanno 25. Cauando 5. da 9. reſtano 4. che pongo ſotto il 9. & riſerbo 2. per li 20. Et dico 5. via 4. fanno 20. che con li 2. ſerbati fanno 22. Cauando 2. da 8. reſtano 6. da ſcriuere ſotto l'8. & ritengo 2. per il 20. Di più dico, 5. via 3. fanno 15. che con li 2. ſerbati fanno 17. Cauando 7. da 8. reſta 1. & riſerbo 1. per amor de i 10. Finalmente dico, 5. via 1. fanno 5. aggionto il 1. ſerbato, ſi fanno 6. che cauati da 7. reſta 1. Si che tutta la radice è 675. & il reſiduo 1164. co'l quale ſi formarà vn rotto, come di ſopra dicemmo.

456789	(675
. . .	
9	6
78	127
1164	1345

Et queſto modo è belliſſimo, perche ſi vede chiaramente tutti li reſidui; ſi che fuſſe pigliata vna figura nel Quotiente troppo grande, ò piccola, (troppo grande ſarebbe, ſe li numeri prodotti non poteſſero cauare dal ponto propoſto; ma troppo piccola quando il reſiduo fuſſe maggiore, del doppio della radice fin lì trouata.) Subito ſi può emendare l'errore, come nella

diui-

diuisione, che detto habbiamo.

La proua del cauare la radice quadrata è di tre sorti, si come anco della diuisione delli intieri. Perche la prima si fa co'l buttar via li 9. L'altra co'l gittare via li 7. Et la terza per moltiplicatione, si come è stato detto nella diuisione delli numeri intieri. Ma la radice ritrouata, si deue pigliare quì in cambio del partitore. Perche se il num. proposto si partirà per la radice ritrouata, sara il Quotiente l'istessa radice. Et se qualche numero sarà auanzato nel cauare la radice, auanzarà il medesimo nella diuisione, pur che nel Quotiente si piglino le stesse figure della radice ritrouata, ancorche nell'vltima diuisione partiale si possa tal volta pigliare maggior figura, cioè, ogni volta, che il resto dell'estrattione auanzara la radice. Si che il primo essempio così si prouarà per il 9. Leuati via li 9 della radice 4602. restano 3. che scriuo nell'vna, & l'altra banda della croce, percioche la radice è il partitore, & il Quotiente insieme, come hauemo detto. Hora moltiplicate tra di loro queste due figure 3. & 3. fanno 9. & leuati li 9. rimã o. che pongo nella parte suprema della croce. Finalmente, leuati li 9. dal num. proposto, resta ancora o. Ma il secondo esséþio, così si prouarà per li 9. Leuati li 9. della radice 21372. riman 6. che pongo nell'vna, & l'altra banda della croce, Ma moltiplicate tra di loro queste due figure 6. & 6. fanno 36. & leuati li 9. da 36. & dall'auanzo della estrattione, rimangono 6. Et altre tanto resta, se si leuaranno li 9. dal numero proposto.

La proua dell'estrattione della radice quadrata è di tre sorti.

	o	
3	X	3
	o	

	o	
6	X	6
	o	

Che

Che si moltiplicarà la radice del primo num. in se stessa; produrrassi il medesimo num. primo. Di più, se si moltiplicarà la radice del secondo numero in se stessa, & al prodotto si aggiongera l'auanzo della estrattione, si produrrà il medesimo numero secondo.

L'auanzo dell'estrattione della radice quadrata non può essere maggiore, che doppio della radice ritrouata.

Quì si deue ancora auuertire, che in nessuna estratione di radice quadrata può essere maggior auanzo, se pur ce sarà, che il doppio della radice ritrouata. Perche se l'auanzo fusse maggiore del doppio della radice ritrouata, ancorche fusse d'vna vnità sola, il numero proposto hauerebbe vna radice d'vna vnità maggiore di quella, che è stata ritrouata. La ragione di questo è, che ciaschedun num. quadrato auanza il prossimo minore numero quadrato nel doppio della radice di esso minor quadrato, è di più in vnità, si che se s'aggiongerà 1. al doppio della radice di qual si voglia quadrato, & questa somma al quadrato prossimo minore, si farà il quadrato prossimo maggiore. Come per essempio, il num. quadrato 64. auanza il numero quadrato 49. nel num. 15. Doue chiaramente vedi, il num. 14. essere doppio della radice del quadrato 49. che è 7. & auanzarui ancora vna vnità nel num. 15. & perciò se s'aggiongerà 1. al 14. cioè, al doppio della radice 7. & questa somma 15. al 49. farsi il num. quadrato 64. prossimo maggiore, del 49. del quale la radice è 7. Se adunque alcuno proporra il num. 63. acciò si caui la sua radice quadrata, si ritrouarà la radice 7. & auanzarà il numero 14. che è doppio della radice. Ma se vno proponesse il numero 64. si trouasse la radice 7. si sarebbe fatto errore, perche auanzarebbono 15. che sono più, del doppio della radice 7. per la qual cosa la radice del numero 64. farà 8.

Qual sia la differenza tra due quadrati prossimi.

DEL

DEL MODO DI APPROSSIMARSI *più al vero nelle radici de i numeri non quadrato. Cap.XXVII.*

PErche quando il numero proposto non è quadrato, la radice ritrouata moltiplicata in se stessa produce vn numero minore del num. proposto, si come chiaramente nel secondo essempio s'è visto doue la radice moltiplicata in se stessa produce vn numero il quale dal numero proposto è auanzato in tutto questonumero 26628. mostraremo in questo luogo due vie, per le quali si ritrouarà la radice più propinqua, di sorte, che il suo num. quadrato dal proposto num. non quadrato sia poco, & quasi niente differente. Perche la radice vera non si può esprimere con numero, ma solamente per linea retta, come nella nostra Aritmetica più copiosa si dimostra. Per la prima via si trouarà bene vna radice più propinqua, & vn'altra più propinqua, &c. in infinito: ma però sempre minore della vera; talche il numero quadrato di quella sempre sia minore del num. proposto. Per l'altra via si ritrouarà ancora vna radice ben più ppropinqua, & vn'altra più propinqua, &c. in infinito: ma sempre auanzarà la vera: si che il num. quadrato di quella sempre sia maggiore del num. proposto. L'vna, & l'altra via però è stata dimostrata Geometricamente da Teone Alessandrino nel primo libro dell' Almagesto di Tolomeo, & da Federico Cõmandino nel libro di Archimede della dimensione del circolo.

La prima via adunque è questa; Ritrouata la radice del maggior quadrato compreso nel num. proposto, s'aggionga a quella il rotto, del quale il Numeratore è l'auanzo della estrattione, cioè, *In che modo si ritroui la radice più pro-*

quel

pinqua, minore però, della vera.

quel numero, nel quale il num. proposto auanza il numero quadrato prossimo minore, che viene esser prodotto dalla radice ritrouata moltiplicata in se stessa. Ma il Denominatore è il doppio della radice ritrouata, & di più vna vnità, cioè, nella quale vnità la radice del numero quadrato, che è prossimo maggiore del numero proposto, auanza la radice ritrouata del numero quadrato, che è prossimo minore compreso nel numero proposto. Perche in questo modo sarà composta vna radice molto più propinqua, che la ritrouata, minore però della vera. Alla quale, se s'aggiõrà quello, che ne risulta dalla diuisione dell'auanzo, nel quale il numero proposto non quadrato auanza il quadrato della radice più propinqua già ritrouata, per il numero composto dal doppio della medesima radice più propinqua, & dell'auanzo, nel quale la radice del numero quadrato prossimo maggiore auanza la radice più propinqua ritrouata, si comporrà vna radice ancora più propinqua, ma però minore, della vera. Alla quale se di nuouo s'aggiongerà quello, che ne risulta dalla diuisione dell'auanzo, nel quale il numero proposto non quadrato auanza il quadrato della radice propinqua vltimamente ritrouata, per il numero composto dal doppio della medesima vltima radice propinqua, & dall'auanzo, nel quale la radice del numero quadrato prossimo maggiore auanza la medesima vltima radice propinqua, si farà ancora vna radice più propinqua, ma minore però della vera. Et in questo modo si potrà sempre ritrouare vna radice più, & più propinqua in infinito, ma non si trouarà però mai la vera radice, ma sempre vna radice alquanto minore, della vera 4.

Essem-

Essempio. Sia proposto'l numero non quadrato 20. La radice del quadrato prossimo minore è 4. che moltiplicata in se stessa produce 16. & auanza 4. Se adunque alla radice 4. s'aggiongerà il rotto $\frac{4}{9}$. Il Numeratore del quale è quell'auanzo, ma il Denominatore è il doppio della radice ritrouata 4. di più 1. si farà la radice più propinqua $4\frac{4}{9}$. Perche il numero quadrato di questa è $19\frac{61}{81}$. che benche sia minor del numero proposto 20. nondimeno è manco differente da quello, del quadrato numero 16. della prima radice.

Leuato questo quadrato $19\frac{61}{81}$. dal numero proposto non quadrato 20. auanzano $\frac{20}{81}$. Di più la radice 5. del quadrato 25. prossimo maggiore, del numero proposto 20. eccede la radice propinqua $4\frac{4}{9}$. poco fa ritrouata, in questa minutia $\frac{5}{6}$. che aggionta al doppio della radice propinqua $4\frac{4}{9}$. cioè à $8\frac{8}{9}$. fà il numero $9\frac{4}{9}$. per il quale se si diuiderà quel resto $\frac{20}{81}$. si farà il Quotiente $\frac{180}{7883}$. ch'aggionto alla radice propinqua $4\frac{4}{9}$. prossimamente ritrouata, farà la radice più propinqua $4\frac{29160}{61993}$. cioè $\frac{8}{17}$. Imperoche il numero quadrato di questa è $19\frac{285}{289}$. il quale ancora è minore del numero proposto 20. non quadrato; ma più s'accosta però à quello, che il quadrato $19\frac{61}{81}$. della radice $4\frac{4}{9}$. ritrouata auanti questa radice $4\frac{8}{17}$.

Di nuouo sottratto questo quadrato $19\frac{285}{289}$. dal numero proposto 20. non quadrato auanzano $\frac{4}{289}$. Di più la radice 5. del quadrato 25. prossimo maggiore del num. proposto 20. eccede la radice propinqua $4\frac{8}{17}$. vltimamente ritrouata, in questa minutia $\frac{8}{17}$. che aggionta al doppio dell'vltima radice propinqua $4\frac{8}{17}$. cioè à $8\frac{16}{17}$. fa il numero $9.\frac{8}{17}$. per il quale se si partirà

X quel

quel resto $\frac{42}{28}$. si farà il Quotiente $\frac{68}{46529}$. che aggionto alla radice propinqua $4\frac{8}{17}$. vltimamente ritrouata, farà la radice più propinqua $4\frac{373388}{790993}$. cioè $4\frac{76}{161}$. Perche il numero quadrato di questa è $19\frac{25901}{25921}$. il quale è minore ancora, del numero proposto 20. non quadrato; ma però se gl'accosta più, che il quadrato $19\frac{289}{289}$. della radice propinqua $4\frac{8}{17}$. ritrouata auanti questa radice $4\frac{76}{161}$. & così in questo modo ci potremo accostare tutta via più, & più alla verità, alla quale nondimeno mai arriuaremo, ma sempre da quella mancaremo in qualche cosa.

L'altra via è questa. Ritrouata la radice del maggior quadrato compreso nel numero proposto, s'aggionga à quella il rotto, della quale il Numeratore è il resto della estrattione, cioè quel num. nel quale il numero proposto auanza il numero quadrato prossimo minore, che viene essere prodotto dalla radice ritrouata moltiplicata in se stessa: Ma il Denominatore è il doppio della radice ritrouata. Perche in questo modo si comporrà vna radice molto più propinqua, della ritrouata, maggiore però, della vera. Dalla quale se si leuarà quello, che ne prouiene alla diuisione dell'auanzo, nel quale il num. quadrato dalla radice più propinqua già ritrouata auanza il numero proposto, per il doppio della medesima radice più propinqua, ne rimarrà vna radice ancora più propinqua, ma maggiore però, della vera. Dalla quale se di nuouo si sottrarà quello, che prouiene dalla diuisione dell' auanzo, nel quale il num. quadrato della radice propinqua vltimamente ritrouata auanza il num. proposto, per il doppio della medesima radice vltima propinqua, restarà vna radice ancora più propinqua, ma però maggiore, della vera. Et in questo

sto modo si potrà sempre ritrouare vna radice più, & più propinqua in infinito; ma non si trouarà però mai la radice vera, ma sempre vna radice alquanto maggiore, della vera.

Essempio. Sia proposto il medesimo num. 20. non quadrato. La radice del quadrato prossimo minore è 4. che moltiplicata in se stessa fa 16. & auanzano 4. Se adunq; alla radice 4. s'aggiongerà il rotto $\frac{4}{8}$. del quale il Numeratore è quel resto; ma il Denominatore il doppio della radice ritrouata 4. si farà la radice più propinqua $4\frac{4}{8}$. cioè $4\frac{1}{2}$. Perche il num. quadrato di questa è $20\frac{1}{4}$. il quale senza dubbio è maggiore, del num. proposto 20. ma manco differente da quello, del quadrato numero 16. della prima radice 4.

Hora se'l $\frac{1}{4}$. cioè l'eccesso, nel qual il numero quadrato $20\frac{1}{4}$. della radice $4\frac{1}{2}$. prossimamente ritrouata auanzata il numero proposto 20. si diuiderà per il doppio dalla radice propinqua $4\frac{1}{2}$. già ritrouata, cioè, per 9. si farà il Quotiente $\frac{1}{36}$. che leuato dalla radice $4\frac{1}{2}$. prossimamente ritrouata, restarà la radice più propinqua $4\frac{34}{72}$. cioè $4\frac{17}{36}$. Perche il numero quadrato di questa è $20\frac{1}{1296}$. che è maggiore ancora, del numero proposto 20. ma manco si discosta da quello, che il quadrato $20\frac{1}{4}$. della radice $4\frac{1}{2}$. ritrouata auanti questa.

Che se di nuouo il $\frac{1}{1296}$. cioè, l'eccesso, nel quale il numero quadrato $20\frac{1}{1296}$. della radice $4\frac{17}{36}$. prossimamente ritrouata auanza il numero proposto 20. si diuiderà per il doppio della radice $4\frac{17}{36}$. vltimamente ritrouata, cioè, per $8\frac{34}{36}$. ouero per $8\frac{17}{18}$. si farà il Quotiente $\frac{1}{11592}$. che sottratta dalla radice $4\frac{17}{18}$. prossimamente ritrouata, rimarrà la radice più propinqua $4\frac{197028}{417312}$. cioè, $4\frac{5473}{11592}$. Perche il numero

quadrato di questa è 20 $\frac{1}{1343744464}$. il quale è maggiore ancora, del num. proposto 20. ma è molto meno lontano da quello, del quadrato 20 $\frac{1}{1296}$. della radice $\frac{17}{18}$. ritrouata auanti questa. Et così in questo modo si potrà tutta via più, & più accostarsi alla verità, alla quale però non arriuaremo mai, ma sempre l'auanzaremo in qualche cosa.

Come si ritroui la radice propinqua in vna sola operatione.

Nõ voglio ancora lasciar di dire vn' altro modo di trouare la radice assai propinqua in vna sola estrattione, molto vsato da i Mathematici. Il quale è questo. Al num. dal quale si hà da cavare la radice, s'aggionghino verso la man destra alcuni para di zeri, come 0000. ouero 00000. ouero 0000000. &c. & quanto più para di zeri saranno, tanto più propinqua radice si trouarà, Dipoi di tutto questo numero si caui la radice, come insegnato habbiamo. Dalla radice si leuino à mano destra tante figure, quãti para di zeri sono stati gionti. Imperoche le figure restante saranno la radice insieme con vn rotto, che hà per Numeratore le figure leuate; ma il Denominatore sarà 10. se sarà gionto vn para di zeri; ouero 100. se due para ouero 1000. se tre para; &c. di modo, che'l Denominatore habbia tanti zeri, quanti para di zeri sono aggionti. Habbiasi per essempio da cauare la radice da 20. Aggionti tre para di zeri, hauemo il numero 20000000. Dal quale la radice è 4472. Leuate tre figure per amor de' tre para di zeri, sarà la radice 4 $\frac{472}{1000}$. minor della vera, ma assai propinqua. Perche il suo quadrato è $^{1}\frac{9998784}{1000000}$. cioè

```
                 4
                84
               887
              8942
2000000 (4472
 . . . .
 4
  64
   191
    1216
```

19 $\frac{998784}{1000000}$. ch' è poco minore del num. propoſto 20. Che ſe s'aggionge 1. al Numeratore, ſi farà la radice propinqua maggiore della vera 4 $\frac{473}{1000}$. Imperoche il ſuo quadrato è 20. $\frac{7729}{1000000}$. vn poco maggiore che 20.

In ſoſtanza in queſto modo non ſi fà altro, che moltiplicare il numero propoſto per il quadrato di 10. ouero 100. ouero di 1000. &c. Perche giõgendo 00. ſi moltiplica per 100. che è il quadrato di 10. & giongẽdo 0000. ſi moltiplica per 10000. che è il quadrato di 100. Et giongendo 000000. ſi moltiplica per 1000000. che è il quadrato di 1000. &c. Dipoi della radice di tutto il numero ſi piglia la $\frac{1}{10}$. ouero $\frac{1}{100}$. ouero $\frac{1}{1000}$. &c. ſecondo che la moltiplicatione ſarà ſtata fatta per il quadrato di 10. ò di 100. ò di 1000. ò di 10000. &c. Come nel noſtro eſſempio s'hà moltiplicato 20. per il quadrato di 1000. hauendo gionti 000000. & della radice 4472. di tutto il num. 20000000. s'hà pigliato la parte $\frac{1}{1000}$. il che ſi fà partendo la radice per 1000. &c.

Come ſi troui la radice propinqua ne' numeri rotti, in vna ſola operatione.

Sappi ancora, che'l medeſimo ſi fà nelli rotti. Imperoche ſe s'aggiongeranno alcuni para di zeri tanto al Numeratore quanto al Denominatore, ſi farà della radice del Numeratore, il Numeratore, & della radice del Denominatore, il Denominatore, della radice, che ſi cerca. Come ſe deſidera la radice di $\frac{2}{3}$. con aggiongere 0000. ſi farà il rotto $\frac{20000}{30000}$. la radice del Numeratore è 141. & del Denominatore 173. Adunque la radice propinqua di $\frac{2}{3}$. ſarà $\frac{141}{173}$. il quadrato della quale è $\frac{19881}{29929}$. poco minore, de $\frac{2}{3}$. & così delli altri numeri rotti.

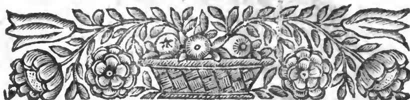
Sarebbe hora tempo di trattare dell'eſtrattione della radice cubica, & dell'altre radici, le quali ſono infinite; ma perche il trattare di queſte

X 3 è coſa

è cosa molto difficile, & l'inuentione della radice quadrata è più necessaria per intendere i libri di Archimede, Tolomeo, & altri Matematici, à posta lo differiamo nella nostra Aritmetica più piena. Doue non solo trattaremo di tutte le radici, & del modo d'approssimarsi più al vero; ma dichiararemo ancora infinite altre cose, delle quali à posta in questo compendio ci siamo astenuti.

IL FINE.

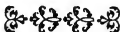
T A-



TAVOLA

DELLE COSE PIV PRINCIPALI,

Che in ciaſcheduno Capitolo ſi contengono.



Cap. III.

Del modo di sottrarre vn numero intiero d'vn'altro intiero.

Cap. IV.

Del moltiplicare i numeri intieri.

Cap. V.

Del partire i numeri intieri.

Cap. VI.

Del modo di numerare i numeri rotti.

Cap. VII.

La stimã, ò valore de i numeri rotti.

Cap. VIII.

Delli rotti di rotti.

Cap. IX.

Del modo di ridurre i numeri rotti a minimi numeri ouero termini.

Cap. X.

Del modo di ridurre i numeri rotti ad vna medesima denominatione, & ad intieri, & gl'intieri a qual si voglia rotto, & finalmente i rotti di rotti a rotti semplici.

Cap. XI.

Del modo di raccorre i numeri rotti.

Cap. XII.

Del modo di sottrare i numeri rotti.

Cap. XIII.

Del modo di moltiplicare i numeri rotti.

Cap. XIV.

Del modo di diuidere i numeri rotti.

Cap. XV.

Del modo d'inestare i numeri rotti.

Cap. XVI.

Alcune Questioncelle delli numeri intieri, & rotti.

Cap.

Cap. XVII.

Della regola del tre.

Cap. XVIII.

Regola del tre, che chiamano Euersa, ouero voltata all'indietro.

Cap. XIX.

Regola del tre composta.

Cap. XX.

Regola delle compagnie.

Cap. XXI.

Regola di alligatione, ouero di ligamento.



Cap. XXII.

Regola del falso di semplice positione.

Cap. XXIII.

Regola del falso di doppia positione.

Cap. XXIV.

Delle progressioni Aritmetiche.

Cap. XXV.

Delle progressioni Geometriche.

Cap. XXVI.

Del modo di cauare la radice quadrata.

Cap.

Cap. XXVII.

Del modo di approssimarsi più al vero nelle radici de i numeri non quadrati.

IL FINE.



Cap. X.

Del modo di ridurre i numeri rotti ad vna medesima deminatione, & ad intieri, & gl'intieri a qual si voglia rotto, & finalmente i rotti di rotti a rotti semplici.

Cap. XI.

Del modo di raccorre i numeri rotti.

Cap. XII.

Del modo di sottrare i numeri rotti.

Cap. XIII.

Del modo di moltiplicare i numeri rotti.

Cap. XIV.

Del modo di diuidere i numeri rotti.

Cap. XV.

Del modo d'inestare i numeri rotti.

Cap. XVI.

Alcune Questioncelle delli numeri intieri, & rotti.

Cap.

Cap. XVII.

Della regola del tre.

Cap. XVIII.

Regola del tre, che chiamano Euersa, ouero voltata all' indietro.

Cap. XIX.

Regola del tre composta.

Cap. XX.

Regola delle compagnie.

Cap. XXI.

Regola di alligatione, ouero di ligamento.



Cap. XXII.

Regola del falso di semplice positione.

Cap. XXIII.

Regola del falso di doppia positione.

Cap. XXIV.

Delle progressioni Aritmetiche.

Cap. XXV.

Delle progressioni Geometriche.

ghi

Cap. XXVI.

Del modo di cauare la radice quadrata.

Cap.

Cap. XXVII.

Del modo di approssimarsi più al vero nelle radici de i numeri non quadrati.

IL FINE.

